

5 - Prima equazione di Maxwell/equazioni di Laplace e Poisson; conduttori

Ripasso di teoria: considerazioni sulla prima equazione di Maxwell e sulle equazioni di Laplace e Poisson. Conduttori: proprietà essenziali.

5-1.

Costruire una disposizione di conduttori tale da ottenere un campo elettrostatico assegnato. (a) Verificare che non è possibile realizzare un campo elettrostatico con componenti del tipo $E_{ox} = -Ax$, $E_{oy} = -Ay$. (b) Determinare la forma di un set di conduttori che realizzi il campo elettrostatico di componenti $E_{ox} = -Ax$, $E_{oy} = +Ay$ (quadrupolo elettrostatico). Tracciare le superfici equipotenziali e le linee di campo.

5-2.

Due sfere conduttrici di raggio R_1 , R_2 sono poste a distanza $d \gg R_1, R_2$ e connesse da un filo conduttore sottile e rettilineo. Deposta una carica Q sull'insieme di conduttori e trascurata quella sul filo, quanto vale il campo elettrostatico in prossimità delle superfici e quanto valgono le cariche Q_1 e Q_2 sui conduttori?

5-3.

Si consideri un sistema di conduttori in una situazione elettrostatica: una sfera metallica di raggio R_1 e un guscio metallico sferico, concentrico con la prima sfera, di raggio interno R_2 e raggio esterno R_3 (con $R_1 < R_2 < R_3$). Tutto il sistema è in vuoto. Sulla sfera interna è deposta una carica Q_1 , sul guscio è deposta una carica Q_2 . Determinare la disposizione delle cariche su tutte le superfici conduttive. Determinare inoltre il potenziale sulle superfici di raggio R_1 e R_3 , dato un potenziale nullo all'infinito.

5-4.

Siano date due superfici conduttive cilindriche coassiali, indefinitamente estese, di raggio R_1 e R_2 e poste rispettivamente a potenziale V_1 e V_2 nel vuoto. Si determini l'andamento del potenziale elettrostatico nell'intercapedine vuoto tra esse contenuto, risolvendo l'equazione di Laplace.

5-5.

Siano dati due piani conduttivi indefinitamente estesi e paralleli in vuoto, a distanza d (in un sistema di riferimento per cui il primo piano è a $x = 0$, il secondo a $x = d$), e siano fissati entrambi i loro potenziali $V_1(0)$ $V_2(d)$ a zero. Risolvendo l'equazione di Poisson, determinare l'andamento del potenziale elettrostatico nell'intercapedine, quando sia riempito da una densità di carica volumica uniforme ρ .

5-6.

Dato un guscio cilindrico indefinitamente esteso di raggio R_w in vuoto, si trovi il potenziale elettrostatico al suo interno supponendo che sia data una condizione al contorno $V(R_w, \theta) = f(\theta)$, nei casi (a) $f(\theta) = V_0 \cdot \cos(\theta)$, (b) $f(\theta) = V_0 \cdot [H(\theta + \Delta\alpha/2) - H(-\Delta\alpha/2)]$ (potenziale nullo tranne che per un settore di apertura $\Delta\alpha$). Utilizzare il metodo della separazione delle variabili per risolvere l'equazione di Laplace.

5-7.

Una carica superficiale è disposta nel vuoto in forma di superficie sferica di raggio R_w e segue una legge $\sigma_0(\theta) = k \cdot \cos(\theta)$. Determinare il potenziale elettrostatico dentro e fuori dalla sfera. Utilizzare il metodo della separazione delle variabili per risolvere l'equazione di Laplace.