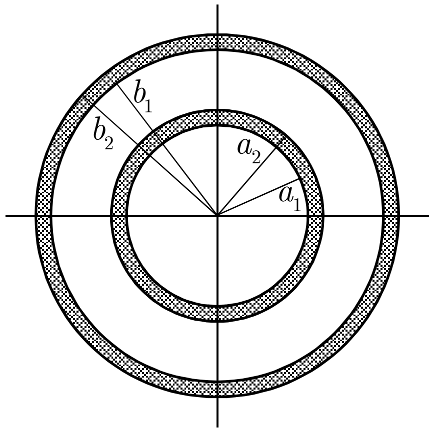
Prova scritta del corso di Elettromagnetismo
(Prof. G. Colò, Prof. F. Ragusa)

A.A. 2015-2016, 21/6/2016

Esercizio n. 1

Si considerino due sfere conduttrici cave di spessore finito (vedi figura). Sia a_1 = 10 mm, a_2 = 13 mm, b_1 = 17 mm e b_2 = 20 mm.

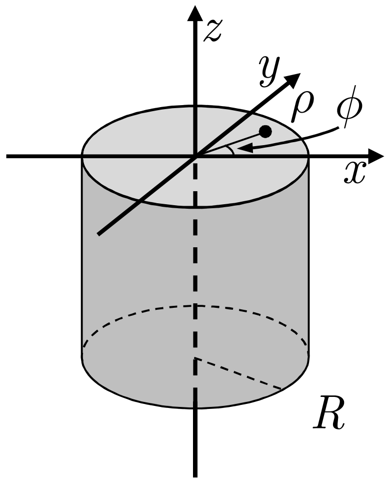


1. Sulla sfera interna è depositata una carica Q_1 = 30 nC; sulla sfera esterna una carica Q_2 = 60 nC.
   a. Determinare la densità di carica su ciascuna delle quattro superfici.
   b. Si supponga adesso $Q_1 = -Q_2$. Determinare la capacità del sistema.
2. Si introduca adesso un dielettrico di costante dielettrica relativa ε_r = 2 fra le due sfere. Si considerino ancora le cariche sulle due sfere pari a Q_1 = 30 nC e Q_2 = 60 nC.
   a. Determinare le densità di carica sulle quattro superfici.
   b. Determinare le densità di carica di polarizzazione sulle superfici del dielettrico.
   c. Assumendo $Q_2 = -Q_1$ determinare la capacità del sistema.

$\varepsilon_0 = 8.854\times10^{-12}$ C^2/(Nm^2).

Esercizio n. 2

Un cilindro infinitamente lungo di raggio R possiede una magnetizzazione nota $\mathbf{M} = J_0\rho\hat{\mathbf{z}}$, dove J_0 è una costante nota e ρ è la distanza dall'asse del cilindro (la coordinata radiale in coordinate cilindriche). Non ci sono correnti libere.



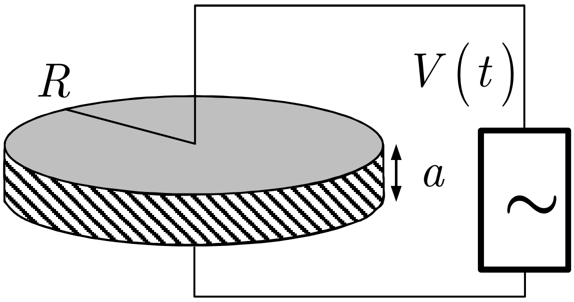
a) Individuare le correnti di magnetizzazione di superficie e di volume, indicandone modulo e direzione.
b) Calcolare il campo di induzione magnetica **B** dentro e fuori il cilindro.
c) Calcolare il campo magnetico **H** dentro e fuori il cilindro.

$$\nabla\times\mathbf{V} = \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial V_z}{\partial\phi} - \frac{\partial V_\phi}{\partial z}\right)\hat{\boldsymbol{\rho}} + \left(\frac{\partial V_\rho}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial\rho}\right)\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho V_\phi) - \frac{\partial V_\rho}{\partial\phi}\right)\hat{\mathbf{z}}$$

segue sul retro

Esercizio n. 3

Un condensatore a facce piane circolari di raggio R = 40 mm e intercapedine a = 1 mm è riempito con un dielettrico imperfetto (leggermente conduttivo) con costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = 5$ e conducibilità elettrica $\sigma = 10^{-14}$ (Ohm $\cdot$ m)$^{-1}$. Il condensatore è collegato a un generatore di tensione sinusoidale che produce una tensione ai suoi capi $V(t) = V_0\cos(\omega t)$ con V_0 = 220 V e $\omega = 2\pi\times 50$ rad/s.



Al tempo $t = 0$ il potenziale dell'armatura superiore è V_0, quello dell'armatura inferiore è nullo.

a) Determinare l'espressione (con segno) e i valori massimi delle cariche di polarizzazione sul dielettrico.
b) Scrivere l'espressione della densità di corrente di conduzione e di spostamento nel condensatore e i loro valori massimi.
c) Determinare l'espressione del campo di induzione magnetica **B** all'interno del condensatore, in funzione del raggio r, e il suo valore per $t = \pi/(4\omega)$ e al valore massimo del raggio $r = R$.

Trascurare gli effetti di non uniformità ai bordi del condensatore. $\varepsilon_0 = 8.854\times 10^{-12}$ C^2/(Nm^2), $\mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}$ Tm/A.

segue sul retro