

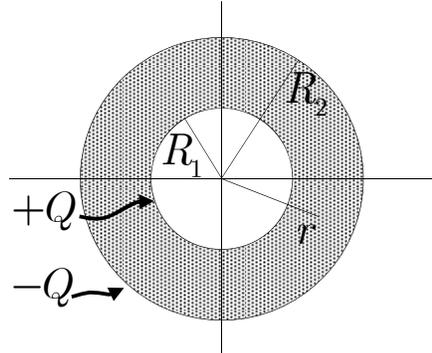
Prova in itinere del corso di di Elettromagnetismo – 18/11/2016
Prof. F. Ragusa, Dr. G. Maero

Risolvere due dei seguenti esercizi

Esercizio 1

Un condensatore sferico, di raggi $R_1 = 5 \text{ mm}$ e $R_2 = 15 \text{ mm}$, è riempito con un dielettrico non omogeneo la cui permittività elettrica $\epsilon(r) = a/r^2$ dove r è la distanza dal centro del condensatore e $a = 2.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ è una costante. Sia $+Q = 1 \times 10^{-7} \text{ C}$ la carica sul guscio sferico intero e $-Q$ la carica sul guscio esterno.

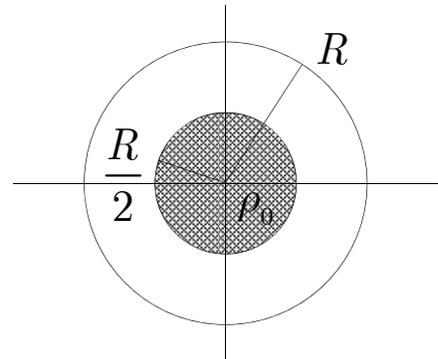
1. Calcolare il campo elettrico \mathbf{E} nella regione fra le armature del condensatore.
2. Calcolare la capacità del condensatore.
3. Calcolare le densità cariche di polarizzazione di volume e di superficie.
4. Calcolare la carica di polarizzazione totale di volume e le cariche di polarizzazione totali di superficie.



Esercizio 2

In un tubo metallico di raggio R , lunghezza indefinita e potenziale imposto $V(R) = 0$ è stato fatto il vuoto ed è iniettata una densità di carica volumica uniforme ρ_0 , anch'essa di lunghezza indefinita e sezione cilindrica di raggio $R/2$ coassiale col tubo.

1. Usando l'equazione di Poisson, determinare l'andamento del potenziale; risolvere separatamente nelle regioni $0 \leq r < R/2$ e $R/2 \leq r < R$ e raccordare le due soluzioni.
2. Determinare il campo elettrostatico.
3. Determinare la densità di energia elettrostatica per $r \leq R$.
4. Calcolare il valore massimo del potenziale e del campo elettrico e l'energia elettrostatica totale, dati $R = 25 \text{ mm}$ e $\rho_0 = e \cdot n_0$, con $n_0 = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$.

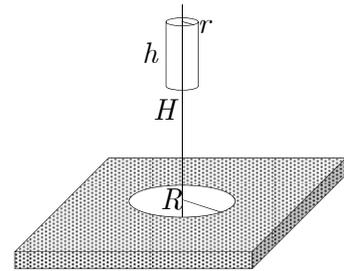


Esercizio 3

Sia data una distribuzione di carica superficiale uniforme σ_0 disposta su di un piano indefinitamente esteso nel vuoto, con un foro circolare di raggio R . Scrivere il campo elettrostatico sull'asse del foro. Si pone dunque un cilindretto di altezza h , raggio r e costante dielettrica ϵ_r coassiale con il foro, a una distanza $H \gg h, r$.

1. Calcolare il momento di dipolo del cilindretto.
2. Calcolare le distribuzioni di carica e le cariche totali di polarizzazione.
3. Calcolare la forza subita per effetto del campo del piano forato.

NB: ai fini del calcolo della polarizzazione del cilindretto e delle distribuzioni di cariche legate si consideri che il campo in cui è esso posto è un campo uniforme, dato che il cilindretto ha raggio piccolo e distanza grande dal piano.



Divergenza in coordinate sferiche $\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta v_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}$

Laplaciano in coordinate cilindriche $\nabla^2 V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$

Gradiente in coordinate cilindriche $\nabla V = \frac{\partial V}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} \hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{\mathbf{z}}$

$\int \frac{dx}{(1+x)^{3/2}} = \frac{-2}{(1+x)^{1/2}}$ $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}; \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$