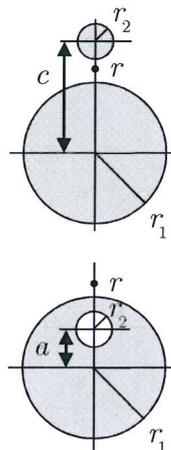


Compito scritto di Elettromagnetismo – 20/1/2017

Prof. G. Colò, Prof. F. Ragusa

Esercizio 1.

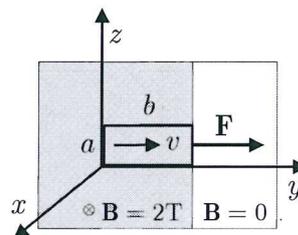
- Una sfera di raggio r_1 è uniformemente carica con densità volumetrica uniforme pari a ρ . Si scrivano campo elettrico e potenziale all'esterno della sfera.
- Si aggiunge ora una seconda sfera di raggio $r_2 < r_1$ e con densità uniforme uguale in modulo ed opposta in segno, $-\rho$, in modo che i centri delle due sfere si trovino a distanza c ($c > r_1 + r_2$). Si scrivano ora campo elettrico e potenziale su un punto r dell'asse che congiunge i due centri, nella regione esterna alle due sfere $r_1 \leq r \leq c - r_2$.
- Infine, si consideri solo la prima sfera ma si supponga di creare in essa una cavità sferica di raggio r_2 . La distanza tra i centri della sfera e della cavità è ora $a \leq r_1 - r_2$. Si scrivano campo elettrico e potenziale in un punto r dell'asse che congiunge i due centri, per valori $r > r_1$.
- Supponendo $r_2 = r_1/2$ e $a \leq r_1/2$ nella configurazione del punto 3, esiste un punto di equilibrio (instabile) fuori dalla sfera ?



Esercizio 2.

Una spira rettangolare di lati $a = 0.2$ m e $b = 1.5$ m, con resistenza $R = 0.3 \Omega$, viene estratta con velocità v costante e parallela al lato b , da una zona in cui si trova un campo magnetico uniforme. Tale campo è perpendicolare al piano della spira, diretto nel senso negativo dell'asse x , e il vettore induzione magnetica \mathbf{B} vale 2 T. La forza \mathbf{F} applicata alla spira per estrarla vale 0.1 N. Si calcolino:

- La velocità di estrazione, la forza elettromotrice e la corrente indotta nella spira (indicandone il verso).
- Il lavoro totale per estrarre la spira.
- L'energia dissipata per effetto Joule nella spira.



Esercizio 3.

Un campo elettromagnetico, in un certo gauge, ha i seguenti potenziali:

$$V(\mathbf{r}, t) = 0 \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = -\frac{qt}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

- Calcolare il campo elettrico $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ e il campo di induzione magnetica $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$.
- Osservando i campi elettrico $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ e di induzione magnetica $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ trovati nel punto 1 dire che configurazione di cariche e densità di correnti li generano. Scrivere i potenziali $V(\mathbf{r}, t)$ e $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ normalmente associati a tali configurazioni di carica e densità di corrente.

In elettrodinamica il potenziale scalare $V(\mathbf{r}, t)$ e il potenziale vettore $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ sono definiti a meno di una trasformazione di gauge

$$V'(\mathbf{r}, t) = V(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial \lambda}{\partial t} \quad \mathbf{A}'(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) + \nabla \lambda$$

- Trovare la funzione λ che trasforma i potenziali del punto 1 nei potenziali del punto 2.