

Prova scritta di Elettromagnetismo - 14 luglio 2017

Prof. G. Colò, Prof. F. Ragusa

Esercizio 1.

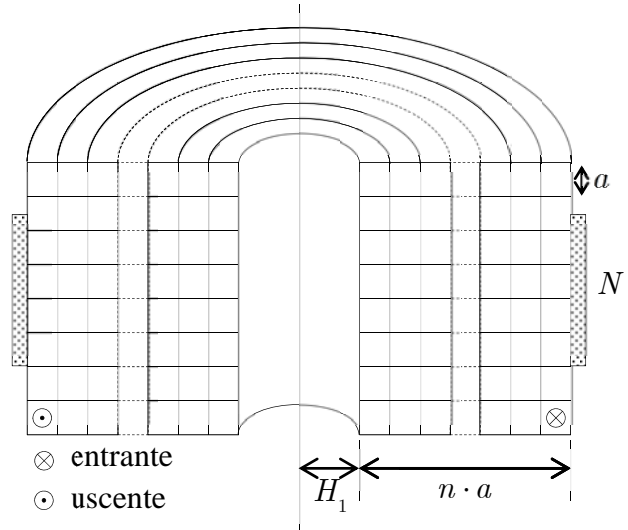
Una sfera di dielettrico di raggio $R = 20$ cm è posizionata con il suo centro nell'origine di un sistema di riferimento opportuno. La sfera ha una polarizzazione $\mathbf{P} = k\mathbf{r}$, dove $k = 0.0885 \mu\text{C}/\text{m}^3$ e \mathbf{r} è il vettore posizione.

- Determinare e calcolare i valori, con segno, delle densità di carica di polarizzazione volumica ρ_p e superficiale σ_p . Calcolare inoltre la carica totale della sfera.
- Trovare l'espressione del campo elettrico in tutto lo spazio.
- Trovare l'espressione del potenziale in tutto lo spazio.
- Calcolare la differenza di potenziale fra il centro della sfera e la sua superficie.
- Calcolare la differenza di potenziale fra il centro della sfera e un punto posto a $r = 30$ cm.

Esercizio 2.

Un solenoide rettilineo a sezione circolare è formato da un avvolgimento di un filo a sezione quadrata avente lato $a = 1$ cm. Le spire sono avvolte in $n = 10$ strati. Il raggio interno è $H_1 = 5$ cm. Il solenoide è portato a una corrente di regime di 100 A in 20 s con una rampa di corrente che passa nel filo; pertanto $I(t) = I_0 t/\tau$ con $I_0 = 100$ A e $\tau = 20$ s.

- Trovare l'espressione per la densità di corrente $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$.
- Calcolare il campo di induzione magnetica $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ in tutto lo spazio quando la corrente è a regime (100 A), nell'approssimazione di solenoide infinito. Calcolarne il valore numerico per $r < H_1$.
- Supponendo che intorno al toroide venga avvolto un secondo circuito di $N = 100$ spire sottili (vale a dire che tutte le N spire hanno lo stesso raggio esterno del solenoide) scrivere l'espressione della forza elettromotrice e calcolarne valore e verso.
- Assumendo che il secondo avvolgimento abbia una resistenza $R = 2$ k Ω e sia collegato ad un condensatore di capacità $C = 500$ μF (si trascuri l'autoinduttanza) si scriva l'equazione per la carica $Q(t)$ che viene portata sulle armature del condensatore e se ne calcoli il valore per $t_1 = 1$ s.



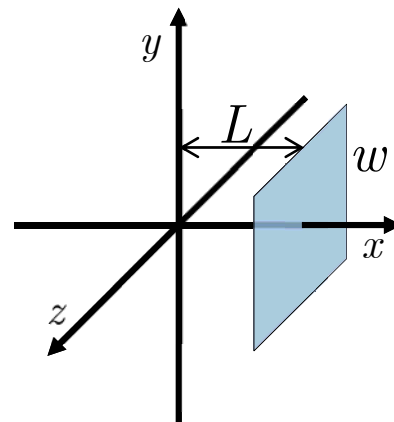
Esercizio 3.

Un campo elettromagnetico ha i seguenti potenziali

$$V = 0 \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} \frac{\mu_0 k}{4c} (ct - |x|)^2 \hat{\mathbf{z}} & |x| \leq ct \\ 0 & |x| > ct \end{cases}$$

dove k è una costante ($[k] = \text{C} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{L}^{-1}$) e c la velocità della luce.

- Calcolare il campo elettrico \mathbf{E} e il campo di induzione magnetica \mathbf{B} (calcolare esplicitamente le tre componenti dei due campi).
- Rappresentare graficamente le componenti non nulle dei campi in funzione di x per un generico tempo t_0 dato.
- Calcolare la potenza che fluisce attraverso una superficie quadrata di lato w posta a distanza L dal piano $y-z$ ai tempi $t_1 = L/c$ e $t_2 = 2L/c$.
- Verificare che i campi \mathbf{E} e \mathbf{B} soddisfano le equazioni di Maxwell e determinare contestualmente le densità di carica (di volume e superficiali) e le densità di corrente (di volume e superficiali) che generano i campi. NB: prestare attenzione a eventuali discontinuità dei campi.



$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2) \quad \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ N/A}$$