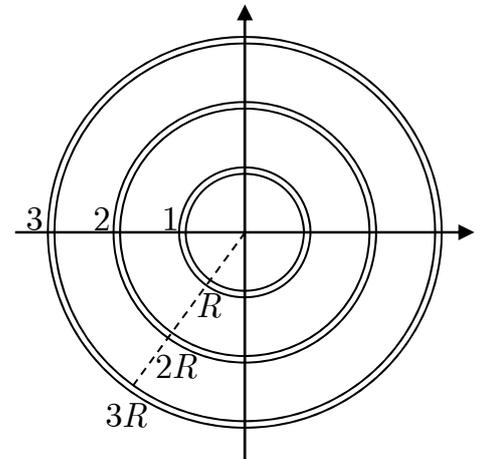


Prova in itinere del corso di Elettromagnetismo del 10/01/2018
Prof. G. Colò – Prof. F. Ragusa

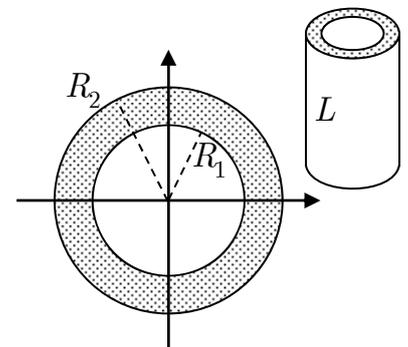
Esercizio 1. Si considerino 3 gusci sferici 1, 2, 3, concentrici e di raggi R , $2R$ e $3R$ rispettivamente e centrati nell'origine; lo spessore dei gusci è trascurabile rispetto ai raggi dei gusci. Il guscio interno 1 e il guscio esterno 3 sono mantenuti allo stesso potenziale da un sottile filo conduttore che li collega; il filo è isolato dal guscio centrale e ha un effetto trascurabile sui campi elettrici del sistema.



Complessivamente il sistema è un condensatore di cui il guscio 2 è una delle due armature e i gusci 1 e 3 (elettricamente collegati) sono la seconda armatura. Il condensatore viene caricato da una batteria in modo che sul guscio 2 vi sia una carica negativa $-Q$.

- Calcolare il valore delle cariche Q_1 e Q_3 degli elettrodi 1 e 3.
- Come si distribuisce la carica sulle 6 superfici dei 3 gusci?
- Calcolare il campo elettrico (modulo, direzione e verso) in tutte le regioni.
- Scegliendo di porre il potenziale nullo all'infinito, calcolare il potenziale dei tre gusci.
- Calcolare la capacità dell'intero sistema.
- Si supponga infine di sconnettere la batteria utilizzata per la carica del condensatore e di depositare una ulteriore carica q sul guscio esterno. Descrivere come si modifica il sistema e calcolare i potenziali dei gusci.

Esercizio 2. Si consideri un condensatore cilindrico in vuoto le cui armature sono cilindri metallici coassiali (con spessore trascurabile) rispettivamente di raggio $R_1 = 10$ mm, $R_2 = 15$ mm e altezza $L = 50$ mm. Il condensatore può essere trattato come ideale, trascurando pertanto gli effetti di bordo. Le armature sono poste ai potenziali $V_1 = 100$ V, $V_2 = 0$ V rispettivamente.



- Scrivere l'espressione del campo elettrico tra le armature.
- Calcolare la capacità, la carica sulle armature e l'energia elettrostatica immagazzinata dal condensatore.
- Mantenendo gli stessi potenziali sulle armature, il condensatore è riempito da un dielettrico **non omogeneo** di permittività dielettrica relativa $\kappa(r) = 1/(a \cdot r^2)$, con $a = 2.5 \cdot 10^3$ m⁻². Scrivere l'espressione del campo elettrico tra le armature in questa situazione. Calcolare poi i nuovi valori di capacità, carica sulle armature ed energia elettrostatica immagazzinata nel condensatore.
- Calcolare le distribuzioni di carica di polarizzazione nel volume e sulle superfici del dielettrico, nonché i valori totali delle cariche di polarizzazione. Verificare la neutralità del dielettrico.

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$