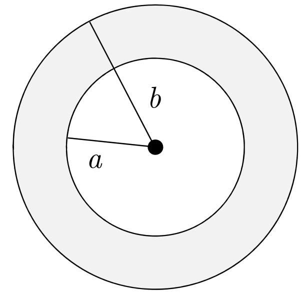
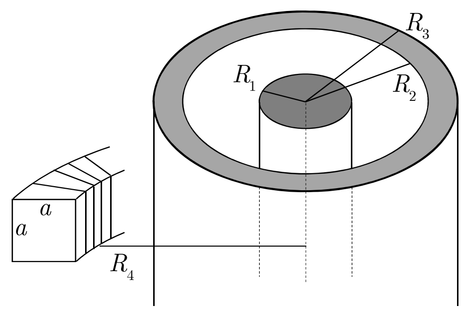
Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 16 novembre 2018
Prof. G. Colò, F. Ragusa - a.a. 2017-2018



Esercizio 1. Si consideri una sfera di raggio b = 20 cm al cui interno è presente una cavità di raggio a = 10 cm; all'interno della cavità e all'esterno della sfera c'è il vuoto. Il materiale della sfera ha una polarizzazione permanente $\mathbf{P} = \frac{k}{r}\hat{\mathbf{e}}_r$ dove $k = 7.96 \cdot 10^{-7}$ C/m è una costante e r la distanza dal centro della sfera.

a) Calcolare le densità di carica di polarizzazione superficiali e volumiche.
b) Calcolare le cariche di polarizzazione e la carica totale della sfera; commentare il risultato e calcolare anche i valori numerici delle cariche.
c) Calcolare il campo **E** in tutto lo spazio.
d) Calcolare il campo elettrico **E** sulle superfici $r = a$ e $r = b$ (all'interno e all'esterno). Commentare i risultati trovati.

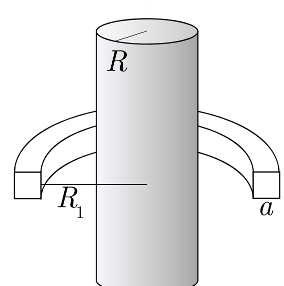


Esercizio 2. Un filo rettilineo indefinitamente esteso di rame (considerabile magneticamente trasparente: μ_r = 1) ha raggio R_1 = 5 mm ed è percorso da una corrente stazionaria I_1 = 2 A uniformemente distribuita sulla sua sezione. Coassiale col filo vi è una guaina cilindrica anch'essa considerabile indefinitamente estesa, di raggio interno R_2 = 30 mm ed esterno R_3 = 40 mm, di materiale ferromagnetico lineare e isotropo ma non omogeneo, ovvero con $\chi_m = \alpha \cdot r$, dove $\alpha = 2 \cdot 10^4$ m^{-1}.

a) Determinare i campi **H**, **M**, **B** in tutto lo spazio.
b) Tracciare un grafico qualitativo di **H**, **M**, **B**.
c) Determinare le densità di corrente di magnetizzazione e calcolare il valore delle correnti totali di magnetizzazione. Verificarne la coerenza.

Si consideri un toroide a sezione quadrata di lato a = 10#mm e raggio interno R_4 = 50 mm, coassiale col sistema sopra descritto, i cui $N = 2 \cdot 10^4$ avvolgimenti, visibili in figura, sono percorsi da una corrente stazionaria I_2 = 5 A.

d) Determinare espressione e valore del coefficiente di mutua induzione e dell'energia magnetica che ne deriva (non considerare gli effetti autoinduttivi). ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2)



Esercizio 3. Un solenoide, di raggio R = 5 cm e lunghezza L = 120 cm e costituito da N = 4000 spire, è percorso da una corrente $I(t) = I_0 + I_1 t/\tau$ con I_0 = 10 A, I_1 = 20 A e τ = 5 s in verso tale da creare un campo **B** concorde con la direzione positiva dell'asse z del solenoide. All'esterno del solenoide è posto un anello di rame di sezione quadrata di lato a = 2 cm e raggio interno R_1 = 20 cm. L'asse dell'anello coincide con l'asse del solenoide; la resistività del rame è $\rho = 2 \cdot 10^{-8}$ Ωm. Utilizzando l'approssimazione del solenoide infinito:

a) Determinare l'espressione dei campi **B** ed **E** (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio. Calcolarne il valore al tempo t = 2s.
b) Determinare l'espressione della densità di corrente $\mathbf{J}(r)$ nell'anello di rame. Determinare l'espressione e calcolare il valore della corrente totale nell'anello.
c) Determinare l'espressione e calcolare il valore della potenza dissipata ohmicamente nell'anello, nonché dell'energia dissipata tra t = 0s e t = 2s.

#

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 V_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta V_\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V_\phi}{\partial\phi}$$

$$\nabla \times \mathbf{V} = \left[\frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial\phi} - \frac{\partial V_\phi}{\partial z}\right]\hat{\mathbf{e}}_r + \left[\frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r}\right]\hat{\mathbf{e}}_\phi + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial(rV_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial\phi}\right]\hat{\mathbf{e}}_z$$