

Prima prova in itinere del corso di Elettromagnetismo del 16/01/2019
Prof. G. Colò, dr. X. Roca Maza – Prof. F. Ragusa, dr. G. Maero

Esercizio 1. Si consideri un dipolo di momento p_1 , posto nell'origine e giacente sul piano z - y e diretto parallelamente all'asse z . Si ricordi che il potenziale di un dipolo posto nell'origine è dato da

$$V(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

a) Calcolare il campo elettrico del dipolo.

Per questo calcolo e per le domande successive occorre scegliere un sistema di riferimento opportuno che nel caso in oggetto può essere o il sistema di coordinate sferiche o il sistema di coordinate cartesiane. Evidentemente una volta fatta la scelta questa deve essere utilizzata coerentemente nelle domande successive.

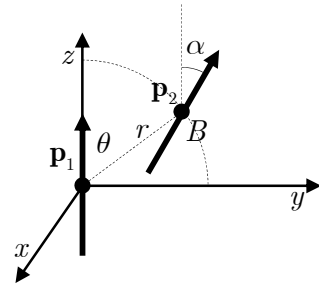
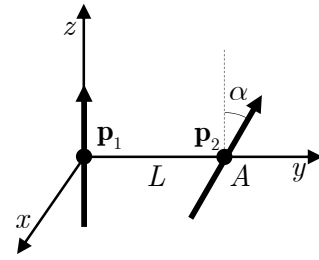
b) Calcolare il valore del campo elettrico in un punto A sull'asse y che si trova ad una distanza L dall'origine.

Si consideri adesso un secondo dipolo p_2 , anch'esso giacente sul piano z - y , posto nel punto A della domanda precedente. Il secondo dipolo forma un angolo α con l'asse z .

c) Calcolare l'energia potenziale del sistema dei due dipoli. Si trovino le condizioni di massima e minima energia potenziale in funzione dell'angolo α .

Si consideri adesso il caso in cui il dipolo p_2 , che forma sempre un angolo α rispetto all'asse z , sia spostato in un punto generico B del piano y - z ad una distanza r dall'origine e il cui raggio vettore forma un angolo θ con l'asse z come in figura.

- Calcolare l'energia potenziale del dipolo nel punto B
- Utilizzando l'espressione dell'energia potenziale del punto precedente, calcolare la forza sul dipolo p_2 (modulo, direzione e verso) in funzione degli angoli θ e α .
- Specializzare la formula della forza al caso $\theta = \pi/2$ e calcolarne il valore nei casi $r = L$ e $\alpha = 0, \pi$.

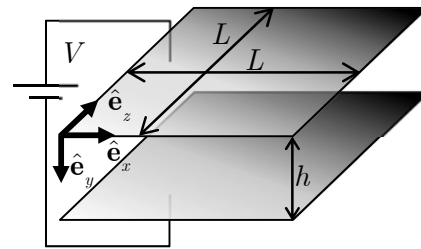


Esercizio 2. Un condensatore a facce piane e parallele quadrate, di lato $L = 100$ mm e a distanza $h = 12$ mm, è collegato a una batteria che fornisce una differenza di potenziale $\Delta V = 12$ V. Il condensatore si può considerare come ideale (ovvero si trascurino gli effetti di bordo) e inizialmente è in vuoto.

- Determinare l'espressione e i valori del campo elettrico (modulo, direzione e verso), della distribuzione di carica libera sulle armature σ_0 , della carica totale Q_0 e della capacità C_0 .

Il condensatore viene poi riempito completamente da un dielettrico lineare e isotropo ma non omogeneo, con costante dielettrica $\kappa(x,y,z) = 1 + \alpha x$, dove $\alpha = 30 \text{ m}^{-1}$. Il processo si svolge mantenendo sempre il condensatore collegato alla batteria.

- Determinare l'espressione del campo elettrico e del vettore polarizzazione.
- Determinare l'espressione delle densità di carica di polarizzazione.
- Determinare l'espressione della nuova densità di carica libera σ sulle armature.
- Determinare l'espressione e calcolare il valore numerico della carica libera totale sulle armature,
- Determinare l'espressione e il valore numerico della nuova capacità C .



$$\nabla\psi = \frac{\partial\psi}{\partial r}\hat{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\hat{e}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\phi}\hat{e}_\phi \quad \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$