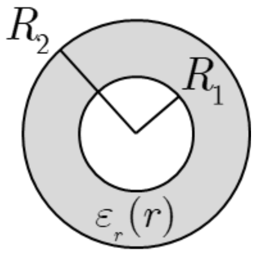
Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 15 febbraio 2019
Prof. G. Colò, F. Ragusa - a.a. 2017-2018

Esercizio 1. Un condensatore sferico con armature sottili di raggio R_1 = 10 mm e R_2 = 20 mm è caricato con una carica $Q = 10^{-9}$ C in modo da avere l'armatura interna positiva, e quindi scollegato dal generatore. Fin dall'inizio il condensatore è riempito da un dielettrico lineare e isotropo, ma non omogeneo, con $\varepsilon_r(r) = \gamma r$ con $\gamma = 200\ \mathrm{m}^{-1}$. Terminata la fase di carica, viene richiesto di:

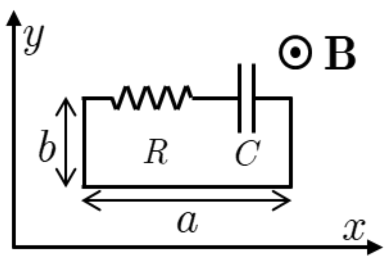


a) Determinare l'espressione vettoriale dei campi **D** ed **E** nell'intercapedine fra le armature del condensatore.
b) Determinare l'espressione e calcolare il valore della differenza di potenziale V_0 tra le armature e della capacità C. Calcolare i valori numerici di V_0 e C.
c) Determinare l'espressione del vettore polarizzazione **P** nel condensatore. Determinare l'espressione e calcolare il valore, anche numerico, delle densità di carica di polarizzazione sulle superfici e nel volume del dielettrico, nonché espressioni e valori delle rispettive cariche totali di polarizzazione.

Il condensatore viene quindi scaricato mettendo in contatto le armature tramite una resistenza $R = 470\ \Omega$. Trascurando i dettagli del circuito di collegamento, considerato ininfluente sui campi, viene richiesto di:

d) Determinare la legge temporale per la carica $Q(t)$ sul condensatore e la corrente $I(t)$. Si consideri $t = 0$ l'istante di chiusura del circuito.
e) Determinare l'espressione vettoriale della densità della corrente di spostamento $\mathbf{J}_s(t)$ e quella della corrente totale di spostamento I_s(t) tra le armature. Calcolare $I_s(t = 0)$. Commentare il risultato ottenuto.

Esercizio 2. Il semispazio $x > 0$ è permeato da un campo di induzione magnetica $\mathbf{B}(x) = B_0 x\,\hat{\mathbf{e}}_z$, con B_0 = 1 T/m. Una spira rettangolare, di lati a = 40 mm e b = 10 mm, è complanare al piano x–y e il suo lato sinistro si trova in x = 0 al tempo t = 0. Da questo istante la spira viene trascinata verso destra (ovvero concordemente con l'asse x) con velocità costante $\mathbf{v} = v_0\hat{\mathbf{e}}_x$, dove v_0 = 10 m/s.



a) Determinare l'espressione del flusso del campo **B** al generico tempo $t > 0$.
b) Determinare espressione e valore della forza elettromotrice indotta (indicandone esplicitamente il verso) nella spira.

Sapendo che la spira possiede una resistenza $R = 1\ \mathrm{k\Omega}$ e una capacità $C = 10^{-7}$ F,

c) Scrivere l'equazione circuitale e risolverla così da scrivere l'andamento temporale della carica $Q(t)$ che si accumula sul condensatore (inizialmente scarico) e della corrente $I(t)$ che scorre nel circuito. Calcolare $Q(t \to +\infty)$.
d) Determinare, a un tempo molto grande (infinito), espressione e valore numerico del lavoro fatto dall'agente esterno che mantiene costante la velocità della spira, dell'energia dissipata ohmicamente sulla resistenza, e dell'energia accumulata nel condensatore.

Esercizio 3. Si consideri un campo elettromagnetico nel vuoto con le seguenti caratteristiche: *i*) la densità di corrente è nulla in tutto lo spazio, $\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \mathbf{0}$; *ii*) il potenziale vettore è $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = A_0 \sin(kz\text{-}\omega t)\ \hat{\mathbf{e}}_x$; *iii*) il campo elettrico è $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_0 \cos(kz\text{-}\omega t)\ \hat{\mathbf{e}}_x$. Nelle espressioni precedenti A_0 e ω sono costanti note, E_0 e k due incognite da determinare.

a) Determinare l'espressione del campo magnetico $\mathbf{B}(\mathbf{r})$.
b) Determinare la densità di carica $\rho(\mathbf{r})$.
c) Determinare il modulo del campo elettrico E_0 e il modulo del vettore d'onda k.
d) I campi $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ e $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ determinati sono un'onda elettromagnetica? Motivare adeguatamente la risposta.

$(\varepsilon_0 = 8.85\cdot10^{-12}\ \mathrm{C^2/Nm^2}$ $\qquad\qquad$ $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}\ \mathrm{N/A^2})$