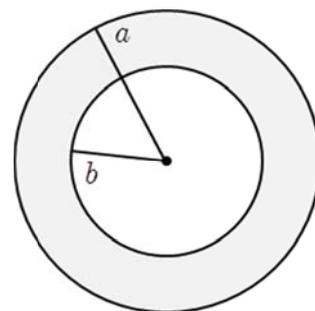


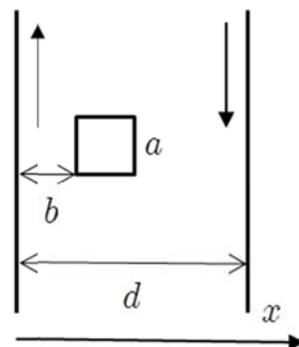
**Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 12 luglio 2019**  
**Prof. G. Colò, F. Ragusa - a.a. 2018-2019**

**Esercizio 1.** Si consideri una sfera di raggio  $a = 10$  cm; all'interno della sfera è presente una cavità, anche essa sferica e di raggio  $b = 5$  cm. Dentro la cavità c'è il vuoto. La sfera è composta di un materiale dielettrico che ha una polarizzazione  $\mathbf{P}(\mathbf{r}) = P_0 \hat{\mathbf{e}}_r$ , dove  $P_0 = 8.85 \cdot 10^{-9}$  C/m<sup>2</sup> e  $\mathbf{r}$  è il vettore posizione rispetto all'origine, posta al centro della sfera.



- a) Determinare la densità di carica di polarizzazione di volume e le densità superficiali di carica sulle superfici interna ed esterna della sfera.
- b) Determinare le cariche di polarizzazione (superficiali e di volume) e verificare la neutralità del dielettrico. Calcolare anche il valore numerico delle cariche.
- c) Determinare l'espressione del campo elettrico in tutto lo spazio, sia utilizzando il campo  $\mathbf{D}$  sia utilizzando direttamente il campo  $\mathbf{E}$ .
- d) Determinare l'espressione della differenza di potenziale  $V_a - V_b$  e calcolarne il valore numerico.

**Esercizio 2.** Un circuito rettangolare è formato da due fili molto lunghi (al limite infiniti) e due tratti molto più corti che ne congiungono le estremità. La distanza tra i due fili è  $d$ . Un secondo circuito consiste in una spira quadrata di lato  $a = d/4$ , e resistenza  $R$ , che è complanare con il primo circuito, giace in mezzo ai due fili lunghi ed è a distanza  $b = d/6$  da uno di essi come in figura. I due circuiti sono fermi; nel primo scorre una corrente  $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ , in verso orario (per  $t = 0$ ).



- a) Determinare l'espressione della forza elettromotrice indotta nel secondo circuito, e della relativa corrente.
- b) Determinare l'espressione del coefficiente di mutua induzione.

Si supponga ora che nel primo circuito scorra una corrente costante  $I_1$ . Il secondo circuito viene spostato dalla posizione in cui si trova, distante  $b = d/6$  da uno dei fili, fino ad essere equidistante da essi, ovvero a distanza  $3/8d$  da entrambi. Immaginiamo di iniziare a spostarlo da questa nuova posizione con una velocità  $v$  costante e perpendicolare ai tratti di filo lunghi, ovvero nella direzione  $x$ .

- c) Quanto valgono in questo caso la forza elettromotrice indotta e la corrente indotta?

**Esercizio 3.** Una sorgente radio, puntiforme, emette in modo isotropo radiazione elettromagnetica nello spazio circostante, che si suppone sia assimilabile al vuoto.

- a) Quale forma ha l'onda elettromagnetica in tutto lo spazio? Fissato un punto qualsiasi, su che piano si trovano i campi  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$ ?

Un opportuno strumento riceve il segnale ad una distanza di 1.5 km dalla sorgente. Nel punto di ricezione si può fissare un sistema di riferimento cartesiano, e si supponga che l'asse  $x$  sia orientato dalla sorgente al ricevitore, e che l'onda sia polarizzata linearmente lungo l'asse  $z$ . L'onda ha una pulsazione di  $1 \cdot 10^9$  rad/s.

- b) Ponendosi nel punto del ricevitore, si scriva l'espressione dei campi  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$  associati all'onda supponendo che i loro valori siano massimi al tempo  $t = 0$ , e specificando la loro direzione e verso, nonché i valori del modulo del vettore d'onda  $k$  e della lunghezza d'onda  $\lambda$ .
- c) Se l'ampiezza del campo  $E$  è 0.15 V/m, si calcolino l'ampiezza del campo  $B$  e l'intensità istantanea e media dell'onda.
- d) Si calcolino la densità di energia media trasportata dall'onda, e la potenza media totale emessa dalla sorgente.

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$