

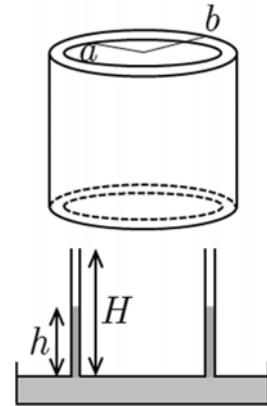
Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 18 novembre 2019
Prof. G. Colò, F. Ragusa - a.a. 2018-2019

Esercizio 1. Si consideri un condensatore cilindrico composto da due cilindri coassiali di altezza H e di raggi a e b rispettivamente ($a < b$). La differenza fra i raggi è molto piccola e si possono trascurare gli effetti di bordo.

- a) Calcolare la capacità del condensatore assumendo che fra le armature ci sia il vuoto.

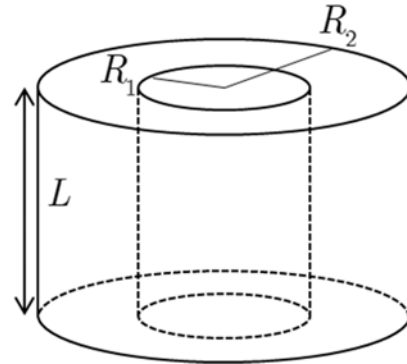
Il condensatore, mantenuto ad una differenza di potenziale costante V , viene messo a contatto con un recipiente che contiene un liquido dielettrico (olio) di suscettività dielettrica χ_e ; il dielettrico è omogeneo, lineare e isotropo. Il liquido ha una densità ρ (Kg/m^3). Si osserva che il liquido penetra fra le armature fino a riempire lo spazio fra le armature ad un'altezza $h < H$. Si consideri a questo punto il sistema equivalente a due condensatori cilindrici in parallelo, uno con il vuoto fra le armature e l'altro con il dielettrico.

- b) Calcolare la carica libera sulle armature in funzione dell'altezza h del liquido. Si calcoli anche la capacità totale del sistema.
 c) Determinare l'espressione dell'energia elettrostatica del sistema in funzione dell'altezza h e dedurre la componente verticale della forza elettrostatica esercitata sul dielettrico fra le armature.
 d) Tenendo conto della forza di gravità determinare l'altezza h raggiunta dall'olio.



Esercizio 2. Un guscio cilindrico di altezza L , raggio interno R_1 e raggio esterno R_2 ha una magnetizzazione $\mathbf{M} = M_0 r \hat{e}_z$.

- a) Determinare l'espressione vettoriale delle densità di corrente di magnetizzazione di superficie (su tutte le superfici interessate) e di volume.
 b) Determinare l'espressione delle correnti di magnetizzazione totali di superficie (su ogni superficie interessata) e di volume. Commentare la ragionevolezza del risultato.
 c) Considerando il guscio di estensione longitudinale infinita, determinare l'espressione vettoriale dei campi \mathbf{H} , \mathbf{B} , \mathbf{M} in tutto lo spazio.

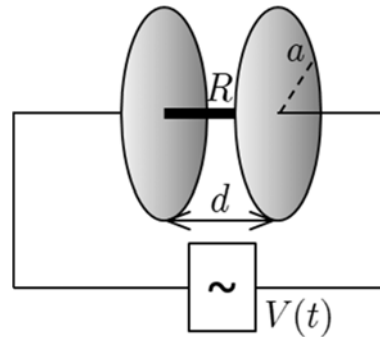


Esercizio 3. Un condensatore a facce piane parallele circolari di raggio a e separate da una distanza d è posto in vuoto e collegato a un generatore di tensione che eroga una differenza di potenziale $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$. Tra le facce viene anche teso un filo sottile rettilineo conduttore con resistenza R .

- a) Determinare l'espressione della corrente di conduzione nel filo tra le armature.
 b) Determinare l'espressione vettoriale di campo elettrico e densità di corrente di spostamento e l'espressione della corrente totale di spostamento tra le armature del condensatore (trascurando la perturbazione data dalla presenza del filo).
 c) Determinare l'espressione vettoriale del campo di induzione magnetica \mathbf{B} generato dalla corrente complessiva (spostamento + conduzione) tra le armature, per $r < a$ (ignorando $r = 0$).

Il generatore viene scollegato a un istante pari a un numero esatto di periodi. Si ridefinisce questo istante come $t = 0$, nuova origine della variabile tempo. Considerare inoltre l'armatura sinistra quella carica positivamente.

- d) Determinare la carica sulle armature all'istante di scollegamento e inoltre, sempre a partire da tale istante, l'andamento temporale della carica stessa, della differenza di potenziale, della corrente di conduzione nella resistenza R (con segno) e del campo elettrico (vettoriale).
 e) Determinare l'espressione vettoriale della densità di corrente di spostamento e della corrente totale di spostamento (con segno). Determinare infine quanto vale la somma delle correnti di conduzione e di spostamento al generico istante t .



$$\nabla \times \mathbf{v} = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial z} \right] \hat{e}_r + \left[\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \right] \hat{e}_\phi + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(rv_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \phi} \right] \hat{e}_z$$