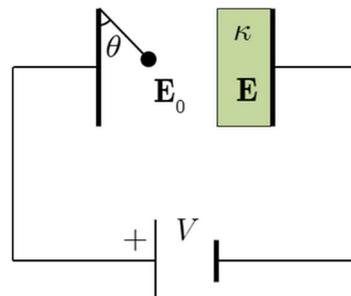


Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 17 febbraio 2020
Prof. G. Colò, F. Ragusa - a.a. 2018-2019

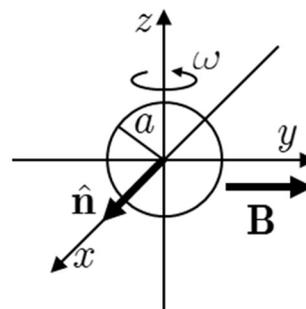
Attenzione: le risposte alle domande devono essere adeguatamente motivate con calcoli, enunciazione delle leggi usate e ragionamenti. L'elaborato deve essere redatto ordinatamente e con una grafia comprensibile. Non seguire queste indicazioni può comportare un giudizio negativo, al limite insufficiente, dell'elaborato.

Esercizio 1. Un condensatore piano ha armature di superficie $S = 600 \text{ cm}^2$, distanti fra loro $d = 1 \text{ cm}$. Un generatore è collegato al condensatore e mantiene una differenza di potenziale di 500 V. Si supponga ora di inserire una lastra di dielettrico di spessore $h = 0.3 \text{ cm}$ e costante dielettrica relativa $\kappa = 3$. La lastra ha la stessa superficie delle armature e viene addossata all'armatura carica negativamente.



- Discutere la geometria del problema e eventuali approssimazioni che possono essere utilizzate per risolvere il problema. Discutere le condizioni al contorno.
- Si calcoli il campo elettrico nella regione interna al condensatore, sia all'interno che all'esterno della lastra di dielettrico.
- Si calcolino le densità di carica di polarizzazione presenti nel sistema, e la densità di carica libera sulle armature.
- Si supponga di appendere ad un'estremità dell'armatura positiva, tramite un filo isolante molto sottile, una pallina metallica di massa $m = 0.5 \text{ g}$ e carica $q = 9 \times 10^{-9} \text{ C}$. Si supponga che questa carica sia abbastanza piccola da non perturbare il sistema. Si scriva l'espressione delle forze agenti sulla pallina quando il filo forma un angolo θ con l'armatura positiva, e il valore dell'angolo per cui la pallina rimane in equilibrio.
- L'equilibrio di cui al punto precedente è stabile o instabile?

Esercizio 2. Una spira di raggio a è costruita con un filo di resistenza trascurabile ed è vincolata a ruotare attorno all'asse z , come mostrato in figura, in una regione di spazio dove si trova un campo di induzione magnetica $\mathbf{B} = B\hat{e}_y$, uniforme e costante, parallelo all'asse y . La rotazione avviene con velocità angolare costante ω . Si assuma che al tempo $t = 0$ la spira giaccia nel piano $y - z$ e che la corrente circolante in essa sia nulla. Si supponga infine che il coefficiente di autoinduzione sia noto e valga L .



- Scrivere l'espressione dell'angolo $\theta(t)$ fra la normale alla spira e il campo magnetico ad un generico istante di tempo t . Scrivere inoltre le componenti della normale $\hat{\mathbf{n}}$ alla spira ad un generico istante t .
- Determinare l'espressione della forza elettromotrice indotta e determinarne il valore massimo.
- Scrivere l'equazione differenziale che deve seguire la corrente indotta nella spira.
- Assumendo che la resistenza del filo sia trascurabile (come specificato nell'introduzione), trovare la soluzione all'equazione della domanda c) per la corrente che circola nella spira. Esprimere infine il valore della corrente che circola nella spira in funzione dell'angolo tra la normale alla spira e \mathbf{B} .
- Scrivere l'espressione vettoriale del momento di dipolo magnetico \mathbf{m} della spira quando forma un angolo θ con il campo \mathbf{B} . Ricordando che il momento meccanico della forza che un campo di induzione magnetica \mathbf{B} esercita su un dipolo magnetico \mathbf{m} è $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$, determinare, sempre in funzione dell'angolo θ , l'espressione del momento meccanico necessario per mantenere il solenoide in rotazione con velocità angolare ω costante e calcolare il lavoro da esso compiuto in una rotazione completa.

Esercizio 3. Un'onda elettromagnetica piana polarizzata linearmente lungo l'asse z si propaga in un mezzo dielettrico lineare, omogeneo e isotropo di costante dielettrica $\kappa = 4$ e magneticamente trasparente (ovvero equivalente al vuoto) lungo la direzione a 45° tra asse x e y . La lunghezza d'onda è $\lambda = 50 \text{ mm}$.

- Scrivere il versore $\hat{\mathbf{k}}$ della direzione di propagazione e calcolare il valore del vettore d'onda \mathbf{k} . Calcolare velocità di propagazione, pulsazione e frequenza dell'onda.
- Scrivere l'espressione formale di campo elettrico e magnetico dell'onda, assumendo nulli i loro valori nell'origine a $t = 0$. Scrivere esplicitamente le tre componenti dei vettori \mathbf{E} e \mathbf{B} e rappresentare graficamente utilizzando un sistema di assi cartesiani la terna \mathbf{E} , \mathbf{B} , $\hat{\mathbf{k}}$.

Un'antenna il cui scopo è misurare il campo magnetico è costituita da una spira quadrata di lato $L = \lambda/2 = 25 \text{ mm}$ è posta con due lati paralleli all'asse z . Il lato più vicino all'asse z ne è distante $d = 100 \lambda = 5 \text{ m}$. La spira ha una resistenza $R = 1 \Omega$.

- Determinare come deve essere collocata l'antenna per massimizzare l'ampiezza misurata specificando esplicitamente le componenti della normale $\hat{\mathbf{n}}$ alla spira.
- Si misura un massimo del segnale di corrente indotta nella spira pari a 100 mA. Calcolare le corrispondenti ampiezze del campo elettrico e magnetico dell'onda e la potenza media sul periodo che l'onda trasmette all'antenna.