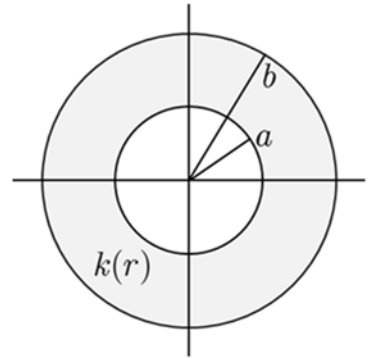


Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 16 luglio 2021
Prof. G. Colò, F. Ragusa - a.a. 2020-2021

Attenzione: indicare nome, cognome e matricola su tutte le pagine. Numerare le pagine. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere commentato e le leggi ed eventuali principi di simmetria utilizzati devono essere chiaramente enunciati. L'elaborato deve essere svolto ordinatamente e con una grafia comprensibile. Non seguire queste indicazioni può comportare un giudizio negativo, al limite insufficiente, dell'elaborato.

Esercizio 1. Si consideri un condensatore composto da due gusci sferici concentrici di raggi $a = 10$ cm e $b = 20$ cm rispettivamente. Lo spazio fra i gusci sferici è riempito con un dielettrico lineare, isotropo ma non omogeneo; la costante dielettrica relativa è data da $k(r) = 1/(1 - \alpha r)$ dove r è la distanza dal centro dei gusci sferici e α è una costante data da $\alpha = 0.1$ m⁻¹.

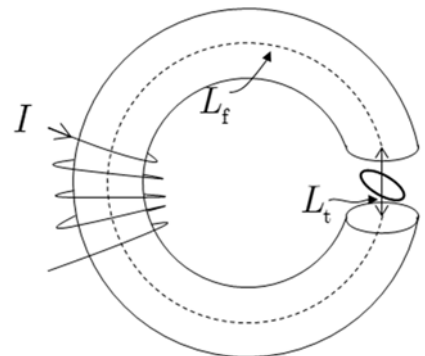


Sul guscio sferico interno è depositata una carica $Q = 1 \times 10^{-8}$ C, il guscio esterno è collegato a massa.

- Determinare l'espressione del campo elettrico \mathbf{E} e del campo spostamento elettrico \mathbf{D} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.
- Determinare l'espressione della differenza di potenziale fra i due gusci. Determinare l'espressione della capacità del condensatore.
- Determinare l'espressione delle densità di carica di polarizzazione e l'espressione delle cariche di polarizzazione.

Per le grandezze richieste nei punti b) e c) calcolare anche il valore numerico.

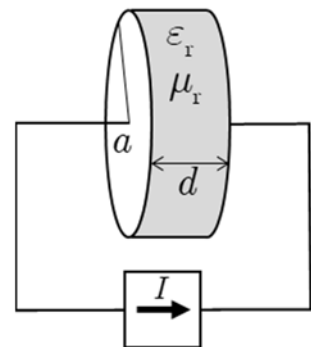
Esercizio 2. Un elettromagnete a C ha un'anima ferromagnetica di lunghezza media $L_f = 0.9$ m in cui è praticato un traferro di lunghezza $L_t = 0.1$ m. La sezione trasversale è uniforme e l'elettromagnete è eccitato da una corrente $I = 20$ A che scorre in un avvolgimento di $N = 500$ spire. L'anima è in ferro dolce e si può approssimare come materiale lineare con $\mu_r = 800$. Considerare grandezze medie sulla sezione e trascurare il flusso disperso.



- Determinare \mathbf{H} e \mathbf{B} (in modulo e verso) nell'anima ferromagnetica e nel traferro (si assuma che la corrente entri nell'estremità superiore dell'avvolgimento indicato in figura).
- Determinare \mathbf{M} (in modulo e verso) nell'anima ferromagnetica. Determinare le densità di corrente di magnetizzazione e la corrente di magnetizzazione (utilizzare L_f per la dimensione dell'elettromagnete).
- Nel traferro viene posta una spira circolare di raggio $R = 1$ cm la cui normale ha un angolo di 60° rispetto alla direzione del campo \mathbf{B} . Calcolare il coefficiente di mutua induzione nelle condizioni così determinate.

Calcolare il valore numerico delle grandezze richieste in tutti e tre i punti

Esercizio 3. Un condensatore a facce piane e parallele circolari di raggio $a = 5$ cm e intercapedine $d = 2$ mm è riempito di un dielettrico lineare, omogeneo e isotropo con $\epsilon_r = 4$ e magneticamente lineare, omogeneo e isotropo con $\mu_r = 10$. Esso viene caricato con una corrente costante $I = 1$ mA. Nel calcolo si possono trascurare gli effetti di bordo. Supporre che il condensatore sia scarico al tempo $t = 0$.



- Determinare il campo elettrico \mathbf{E} e il campo di spostamento elettrico \mathbf{D} presenti fra le armature del condensatore in funzione del tempo. Determinare la densità di corrente di spostamento \mathbf{J}_s , (modulo, direzione e verso); determinare il valore numerico della corrente di spostamento I_s .
- Determinare il campo \mathbf{B} (modulo, direzione e verso) all'interno del condensatore. Calcolarne il valore a una posizione radiale $r = 1$ cm.
- Calcolare la capacità del condensatore. Dopo 1 ms il condensatore viene staccato dal circuito di carica e collegato a una resistenza $R = 10^6$ Ω . Calcolare la tensione tra le armature a tale istante e la costante di tempo di scarica (trascurare gli effetti magnetici).

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}$$