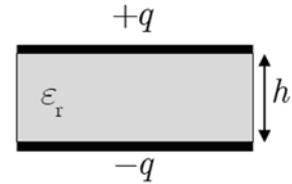


Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 24 giugno 2022

Prof. G. Colò, F. Ragusa – anno accademico 2021-2022

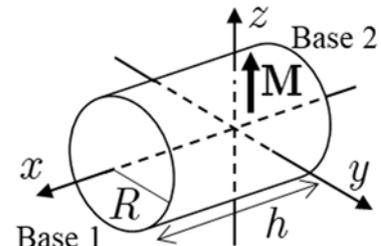
Attenzione: indicare nome, cognome e matricola su tutte le pagine. Numerare le pagine. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere commentato e le leggi ed eventuali principi di simmetria utilizzati devono essere chiaramente enunciati. L'elaborato deve essere svolto ordinatamente e con una grafia comprensibile. Non seguire queste indicazioni può comportare un giudizio negativo, al limite insufficiente, dell'elaborato.

Esercizio 1. Si consideri un condensatore a facce parallele di superficie $A = 100 \text{ cm}^2$ e sulle cui armature è depositata una carica $\pm q$ (incognita). Lo spazio fra le armature del condensatore è completamente riempito con un dielettrico lineare, omogeneo e isotropo di costante dielettrica $\epsilon_r = 5$. Il dielettrico ha proprietà elastiche e se compresso o espanso nella direzione z , perpendicolare alle armature, reagisce con una forza $\mathbf{F} = -k(h - h_0)\hat{\mathbf{e}}_z$ dove $k = 113 \text{ N/m}$ è la costante elastica, h lo spessore del dielettrico e $h_0 = 1 \text{ cm}$ lo spessore a riposo. Considerare il condensatore ideale e di conseguenza trascurare gli effetti di bordo. Inoltre si considerino le proprietà elettriche del dielettrico, in particolare la costante dielettrica ϵ_r , indipendenti dallo spessore del dielettrico.



- Determinare l'espressione dello spessore di equilibrio h_M del sistema.
- Determinare l'espressione della capacità del condensatore in questa posizione di equilibrio. Rappresentarla graficamente in funzione della carica q e indicare i punti notevoli (massimi, minimi, discontinuità ...) del grafico. Per quale intervallo di valori di q il risultato ha senso fisico?
- Determinare l'espressione della differenza di potenziale fra le armature del condensatore quando si trova nella posizione di equilibrio.
- Rappresentare graficamente la differenza di potenziale fra le armature in funzione della carica q . Indicare i punti notevoli del grafico (massimi, minimi, discontinuità ...). Per quale valore della carica q sulle armature si ottiene la massima differenza di potenziale? Determinarne il valore numerico.

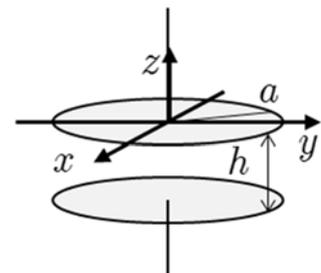
Esercizio 2. Un cilindro di altezza $h = 100 \text{ mm}$ e raggio $R = 5 \text{ mm}$ conserva, in assenza di campi esterni, una magnetizzazione permanente $\mathbf{M} = M_0\hat{\mathbf{e}}_z$ con $M_0 = 10^5 \text{ A/m}$ e dove $\hat{\mathbf{e}}_z$ è un asse perpendicolare all'asse longitudinale del magnete stesso (lungo $\hat{\mathbf{e}}_x$).



- Determinare le densità di corrente di magnetizzazione di volume e di superficie su tutte le superfici. Calcolare le rispettive correnti totali di magnetizzazione e commentare.
- Calcolare il momento di dipolo magnetico dell'oggetto.
- Supponendo ora che l'altezza tenda a infinito, utilizzando la legge di Biot-Savart, calcolare il campo \mathbf{B} lungo l'asse longitudinale del cilindro; determinare anche il campo \mathbf{H} .
- Rappresentare qualitativamente, con un disegno, le linee di campo di \mathbf{B} e \mathbf{H} dentro e fuori dal magnete sul piano $y-z$, supponendo che all'interno siano uniformi e uguali al valore sull'asse precedentemente calcolato.

Per i punti a), b), c) determinare anche i valori numerici delle quantità richieste.

Esercizio 3. Un filo semi-infinito si estende lungo l'asse z dall'origine a $z = +\infty$ all'origine e alimenta un condensatore piano le cui armature circolari hanno un raggio $a = 5 \text{ cm}$ e sono poste ad una distanza $h = 0.5 \text{ cm}$. Si consideri la distanza h molto minore del raggio delle armature e pertanto si considerino trascurabili gli effetti di bordo. La seconda armatura è a sua volta collegato ad un filo semi-infinito che si estende fino a $z = -\infty$. I fili, di resistenza trascurabile, mantengono fra le armature una differenza di potenziale $V(t) = V_0\cos\omega t$ dove $V_0 = 100 \text{ V}$ e $\omega = 100 \text{ rad s}^{-1}$. Dal momento che $a \ll c/\omega$ si può utilizzare l'approssimazione quasi-statica.



- Si determini l'espressione del campo elettrico nella regione fra le armature del condensatore. Calcolare la capacità del condensatore e la carica sulle armature.
- Utilizzando le equazioni di Maxwell e argomenti di simmetria si determini l'espressione del campo di induzione magnetica nella regione fra le armature del condensatore.
- Determinare l'espressione della corrente che fluisce nel filo. Determinare l'espressione del campo magnetico fuori dal condensatore nel semispazio $z > 0$.
- Utilizzando la discontinuità del campo di induzione magnetica determinare l'espressione vettoriale della densità superficiale di corrente sull'armatura superiore del condensatore.

Per il punto a) calcolare i valori numerici massimi delle quantità richieste.