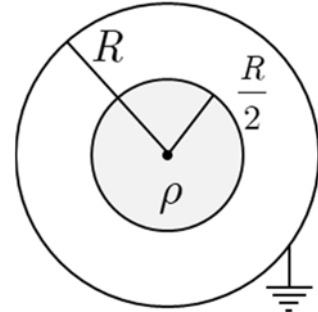


Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 9 settembre 2022
Prof. G. Colò, F. Ragusa – anno accademico 2021-2022

Attenzione: indicare **nome, cognome** e matricola su tutte le pagine. **Numerare le pagine**. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere **commentato** e le **leggi** ed eventuali **principi di simmetria** utilizzati devono essere **chiaramente enunciati**. L'elaborato deve essere svolto **ordinatamente** e con una grafia **comprensibile**. Non seguire queste indicazioni può comportare un **giudizio negativo, al limite insufficiente**, dell'elaborato.

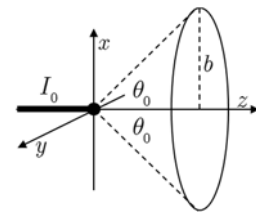
Esercizio 1. Una distribuzione di carica uniforme elettrica ρ ($C \cdot m^{-3}$) è racchiusa in un guscio metallico sferico di raggio R posto a terra. La distribuzione occupa un volume sferico concentrico col guscio, di raggio $R/2$.



- Determinare il potenziale elettrostatico in tutto lo spazio interno al guscio. Si richiede di utilizzare l'equazione di Poisson separatamente per le due regioni (con e senza carica). Si descrivano e giustifichino esplicitamente le condizioni (al contorno e all'interfaccia) nei punti notevoli $r = 0, R/2, R$ che permettono di eliminare le costanti di integrazione e raccordare le soluzioni. A partire dall'espressione del potenziale, si determini quindi anche il campo elettrico in tutto lo spazio interno al guscio.
- Tracciare grafici coerenti del potenziale e del campo elettrico e determinare le espressioni del campo e del potenziale nei punti notevoli $r = 0, R/2, R$.
- Utilizzando l'espressione del campo elettrico, determinare l'espressione della carica elettrica totale che risiede sul guscio metallico. Confrontare il risultato con la carica elettrica totale della distribuzione di carica all'interno del guscio. Commentare.

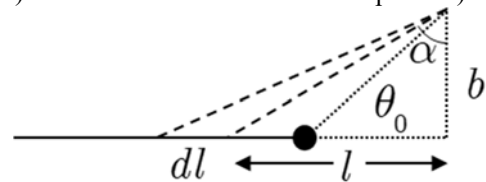
$$\nabla^2 V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} \quad \nabla V = \frac{\partial V}{\partial r} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \hat{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \hat{e}_\phi$$

Esercizio 2. Un filo semi-infinito si estende lungo l'asse z da $-\infty$ all'origine e trasporta una corrente stazionaria I_0 . La corrente si accumula su una sferetta conduttrice di raggio trascurabile posta nell'origine e collegata al filo.



- Determinare l'espressione del campo di induzione magnetica \mathbf{B} lungo la circonferenza di raggio b , giacente su un piano parallelo al piano x - y e che sottende un angolo $\theta_0 > 45^\circ$ rispetto all'origine.
- Calcolare la circuitazione del campo \mathbf{B} lungo la circonferenza
- Determinare l'espressione del campo elettrico $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ generato dalla carica sulla sferetta.
- Determinare l'espressione della densità di corrente di spostamento e calcolarne il flusso attraverso una superficie concatenata con la circonferenza definita nel punto a). Confrontare con il risultato del punto b) e commentare.

Suggerimento: nel punto a) utilizzare la legge di Biot-Savart (anche nota come prima formula di Laplace) utilizzando come variabile di integrazione l'angolo α definito in figura.



Esercizio 3. Una sorgente di microonde emette ad una frequenza $\nu = 10$ GHz. Il fronte d'onda è piano, perpendicolare all'asse z di un sistema di riferimento con origine nel punto dove è posta la sorgente; la polarizzazione è lineare, e la radiazione incide perpendicolarmente su un disco circolare di raggio $R = 6$ cm. La potenza media incidente sul disco è pari a $P = 0.025$ W. Si assuma che la radiazione attraversi un mezzo assimilabile al vuoto.

- Si determini il periodo T , la lunghezza d'onda λ , e il vettore d'onda \mathbf{k} della radiazione.
- Si determinino le espressioni dell'intensità della radiazione e della densità media dell'energia elettromagnetica u . Qual è l'energia totale che incide sul disco durante il tempo $\Delta t = 1$ ns?
- Si calcolino i valori delle ampiezze dei campi E, B associati alla radiazione.
- Se il disco circolare assorbe completamente le onde incidenti, qual è la forza totale sul disco? In che direzione agisce?
- Si supponga ora che la sorgente continui ad emettere radiazione caratterizzata da un campo \mathbf{E} con la stessa ampiezza, con la stessa direzione di propagazione, e con la stessa polarizzazione lineare sinora considerate. La radiazione attraversa ora un materiale con permeabilità magnetica uguale a quella del vuoto e indice di rifrazione $n = 2$. Di tutte le quantità calcolate ai punti a) – d), si dica quali rimangono invariate e quali cambiano. Nel caso di quantità i cui valori cambiano, si scrivano i nuovi numerici