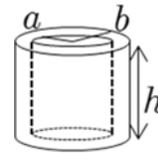


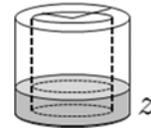
**Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 18 novembre 2022**  
**Prof. G. Colò, F. Ragusa – anno accademico 2021-2022**

Attenzione: indicare **nome, cognome** e matricola su tutte le pagine. **Numerare le pagine**. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere **commentato** e le **leggi** ed eventuali **principi di simmetria** utilizzati devono essere **chiaramente enunciati**. L'elaborato deve essere svolto **ordinatamente** e con una grafia **comprensibile**. Non seguire queste indicazioni può comportare un **giudizio negativo, al limite insufficiente**, dell'elaborato.

**Esercizio 1.** Due conduttori cilindrici coassiali, di raggio rispettivamente  $a$  e  $b$  ( $a < b$ ), hanno un'altezza  $h$ . La differenza  $b - a$ , che definisce la regione interna ai due conduttori, è molto piccola rispetto ad  $h$ , così che il sistema possa considerarsi un condensatore indefinito in altezza e gli effetti ai bordi siano trascurabili. Inizialmente fra i conduttori non viene posto alcun materiale.

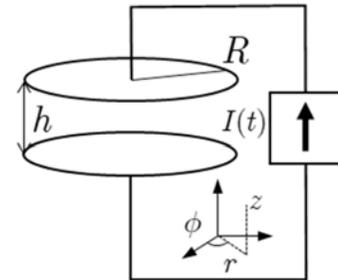


- Il conduttore interno viene portato a un potenziale  $V_0 > 0$ , mentre quello esterno viene messo a terra. Si scriva l'equazione di Laplace nella regione tra i conduttori, la si risolva con le condizioni appena menzionate, e si trovi l'espressione di  $V$ . Si tracci un grafico di  $V$ .
- Si ricavano il campo elettrico  $\mathbf{E}$  (modulo, direzione e verso) tra i conduttori, e la densità superficiale  $\sigma$  di carica libera sui conduttori. Si determinino anche le densità lineari di carica sui conduttori.
- Qual è l'espressione del campo  $\mathbf{D}$ ?
- Si supponga ora di staccare il condensatore dal generatore di tensione, e di lasciarlo isolato. In tale condizione si inserisce tra i conduttori un materiale dielettrico lineare, omogeneo e isotropo di suscettività elettrica  $\chi$ . Cosa si può affermare a proposito della variazione di densità di carica libera, della differenza di potenziale fra i conduttori e del campo elettrico  $\mathbf{E}$  e del campo  $\mathbf{D}$ ?
- Sempre con il condensatore staccato dal generatore, si supponga che il dielettrico riempra lo spazio fra i conduttori per un'altezza  $z < h$ . Calcolare la differenza di potenziale che si stabilisce fra i conduttori. Scrivere una formula per determinare  $\chi$  in funzione di  $z$  e degli altri parametri del sistema



**Esercizio 2.** Un condensatore piano, scarico al tempo  $t = 0$ , ha le armature circolari con raggio  $R$ , distanti fra loro  $h$  ( $h \ll R$ ), ed è alimentato da una corrente  $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ .

- Determinare, in funzione del tempo  $t$  e utilizzando l'approssimazione quasi-statica, l'espressione della carica sulle armature, della densità di carica superficiale, e del campo elettrico  $\mathbf{E}_0(t)$  (trascurando effetti di bordo e determinando anche modulo, direzione e verso al tempo  $\omega t = \pi/2$ );
- Si scriva l'espressione del campo di induzione magnetica  $\mathbf{B}_0(r, t)$ , in funzione della distanza radiale  $r$  in coordinate cilindriche, all'interno del condensatore medesimo (ovvero per  $r < R$ );
- Si determini anche l'espressione di  $\mathbf{B}_0$  all'esterno del condensatore, ovvero per  $r > R$ . Si commenti se le condizioni al contorno per i campi  $\mathbf{B}_0$  e  $\mathbf{H}_0$  sono rispettate;
- Abbandonando l'approssimazione quasi-statica, le equazioni di Maxwell implicano l'esistenza di un ulteriore campo elettrico  $\mathbf{E}_1$  indotto da  $\mathbf{B}_0$ . Si determini direzione e verso di  $\mathbf{E}_1(r)$ , nella regione  $r < R$ ; si usino a tal fine anche argomenti legati alla simmetria del problema. Utilizzando una delle equazioni di Maxwell si scriva un'approssimazione del modulo di  $\mathbf{E}_1(r)$ .
- Si scriva il rapporto fra i moduli  $E_1(R)/E_0(R)$ . Qual è il valore numerico di tale rapporto se  $R = 5$  cm e  $\omega/2\pi = f = 50$  Hz?



**Esercizio 3.** Una sorgente emette un'onda elettromagnetica sferica polarizzata linearmente. Il valore massimo del campo elettrico associato viene misurato a una distanza  $d$  dalla sorgente e vale  $E_{\max}(d) = 13$  V/m. L'onda propaga nel vuoto.

- Quanto vale il valore massimo di  $E$  ad una distanza  $2d$ ? E quanto valgono i valori massimi di  $B$  alle distanze  $d$  e  $2d$ ?
- Quanto vale l'intensità della radiazione alla distanza  $2d$ ?
- Sempre alla stessa distanza  $2d$  dalla sorgente viene posto un disco di raggio  $R = 3$  m. La parte interna del disco, definita dal suo raggio  $r_0 < R$ , assorbe perfettamente la radiazione incidente, mentre la corona circolare fra  $r_0$  e  $R$  viene resa perfettamente riflettente. Come si scrive la forza totale  $F$  che il disco subisce in funzione dell'intensità della radiazione?
- Se  $F$  vale  $10^{-8}$  N, quanto vale  $r_0$ ?

$$\nabla^2 \cdot V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial r} \hat{\mathbf{e}}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} \hat{\mathbf{e}}_\phi + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{\mathbf{e}}_z$$

$$\nabla \times \mathbf{V} = \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \phi} - \frac{\partial V_\phi}{\partial z} \right] \hat{\mathbf{e}}_r + \left[ \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r} \right] \hat{\mathbf{e}}_\phi + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(rV_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial \phi} \right] \hat{\mathbf{e}}_z$$