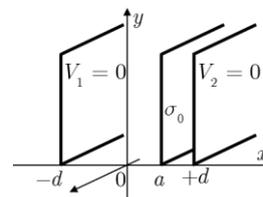


Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 15 febbraio 2023
Prof. G. Colò, F. Ragusa - a.a. 2021-2022

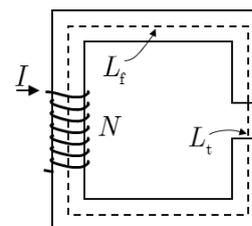
Attenzione: indicare **nome, cognome** e **matricola** su tutte le pagine. **Numerare le pagine**. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere **commentato** e le **leggi** ed eventuali **principi di simmetria** utilizzati devono essere **chiaramente enunciati**. L'elaborato deve essere svolto **ordinatamente** e con una grafia **comprensibile**. Non seguire queste indicazioni può comportare un **giudizio negativo, al limite insufficiente**, dell'elaborato.

Esercizio 1. Due piani conduttori infiniti, perpendicolari all'asse x di un sistema cartesiano, sono posti nelle posizioni $-d$ e $+d$ come in figura; i piani sono collegati alla terra e pertanto sono mantenuti a potenziale nullo. Fra i due piani è posto un piano di carica superficiale di densità nota σ_0 ; il piano di carica è parallelo ai due piani conduttori ed è posto nella posizione $x = a$. Sui due piani vengono indotte due densità di carica superficiale, σ_1 e σ_2 rispettivamente, da determinare.



- Determinare le espressioni dei campi elettrici in tutto lo spazio in funzione di σ_0 e di una sola delle due densità incognite, σ_1 oppure σ_2 .
- Determinare l'espressione del potenziale elettrico nella regione fra i due piani conduttori. Suggerimento: scegliere come posizione per il potenziale di riferimento uno dei due punti con potenziale nullo, il punto $x = -d$, oppure il punto $x = +d$.
- Determinare le densità σ_1 e σ_2 .
- Lo spazio fra il piano di carica e i due piani conduttori viene riempito con un dielettrico lineare, omogeneo e isotropo; nella regione $(-d, a)$ il materiale ha costante dielettrica κ_1 , nella regione $(a, +d)$ la costante dielettrica è κ_2 . Determinare le densità di carica superficiale σ_1 e σ_2 in questa nuova condizione.

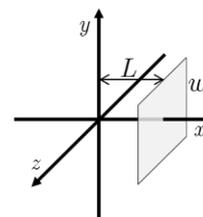
Esercizio 2. Un elettromagnete è ricavato da un anello di materiale ferromagnetico di lunghezza media $L_{tot} = 1$ m e sezione trasversale uniforme (ulteriori dettagli di forma dell'anello non sono rilevanti) praticandovi un traferro di lunghezza $L_t = 0.05$ m ($L_{tot} = L_f + L_t$). Sull'elettromagnete è avvolto un circuito di eccitazione di $N = 1000$ spire in cui scorre una corrente stazionaria $I = 10$ A. Il materiale d'anima è considerabile lineare con $\mu_t = 800$. Si considerino grandezze medie sulla sezione e si trascuri il flusso disperso.



- Calcolare \mathbf{H} e \mathbf{B} (in modulo e verso) nel ferro e nel traferro.
- Calcolare \mathbf{M} (in modulo e verso) nell'anima ferromagnetica. Calcolare le densità di corrente di magnetizzazione e le correnti di magnetizzazione totali.
- Nel traferro viene collocato un ago magnetico, ovvero una sottile barretta con un momento di dipolo magnetico \mathbf{m} di valore assoluto $m = 10^{-6}$ A·m². Determinare l'energia magnetica del dipolo nel campo dell'elettromagnete quando \mathbf{m} è disposto perpendicolarmente a \mathbf{B} . Supponendo che l'ago possa ruotare rispetto a un asse perpendicolare all'ago stesso e a \mathbf{B} , dire qual è la configurazione di minimo energetico e determinare il valore numerico dell'energia.

Esercizio 3. Un campo elettromagnetico ha i seguenti potenziali

$$V = 0 \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} \frac{\mu_0 k}{4c} (ct - |x|)^2 \hat{\mathbf{z}} & |x| \leq ct \\ 0 & |x| > ct \end{cases}$$



Dove k è una costante ($[k] = \text{C} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{L}^{-1}$) e c la velocità della luce.

- Calcolare il campo elettrico \mathbf{E} e il campo di induzione magnetica \mathbf{B} (calcolare esplicitamente le tre componenti dei due campi).
- Rappresentare graficamente le componenti non nulle dei campi in funzione di x per un generico tempo t_0 dato. NB: prestare attenzione a eventuali discontinuità dei campi.
- Calcolare la potenza che fluisce attraverso una superficie quadrata di lato w posta a distanza L dal piano $y-z$ ai tempi $t_1 = L/c$ e $t_2 = 2L/c$.
- Verificare che i campi \mathbf{E} e \mathbf{B} soddisfino le equazioni di Maxwell omogenee. Verificare inoltre le equazioni non omogenee che contengono le densità di carica e corrente, e determinare contestualmente tali densità. Distinguere tra densità volumetriche e superficiali, utilizzando le discontinuità dei campi, se ve ne sono.

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2) \quad \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ N/A}$$