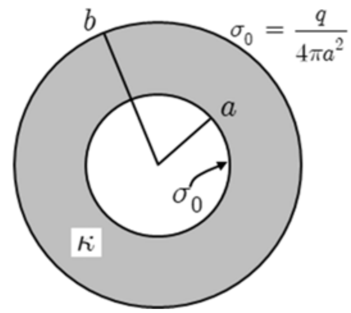
Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 23 giugno 2023
Prof. G. Colò, F. Ragusa – anno accademico 2022-2023

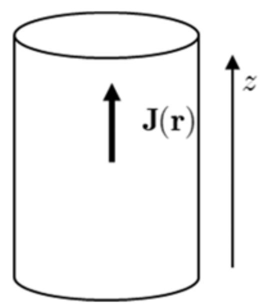
Attenzione: indicare **nome, cognome** e **matricola** su tutte le pagine. **Numerare le pagine**. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere **commentato** e le **leggi** ed eventuali **principi di simmetria** utilizzati devono essere **chiaramente enunciati**. L'elaborato deve essere svolto **ordinatamente** e con una grafia **comprensibile**. Non seguire queste indicazioni può comportare un **giudizio negativo, al limite insufficiente**, dell'elaborato.

Esercizio 1. Si consideri il sistema rappresentato in figura: lo spazio compreso fra due sfere concentriche di raggi $a < b$ è occupato da un dielettrico lineare, omogeneo e isotropo di costante dielettrica relativa κ. La regione interna ($r < a$) e la regione esterna ($r > b$) sono occupate da spazio vuoto. Sulla superficie della sfera interna ($r = a$) è distribuita uniformemente una carica q.



a) Determinare l'espressione del campo elettrico **E** (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.
b) Determinare l'espressione del potenziale elettrostatico ϕ in tutto lo spazio.
c) Determinare l'espressione delle densità di carica di polarizzazione e delle cariche di polarizzazione e della carica di polarizzazione totale.
d) Determinare le espressioni del modulo del campo elettrico sulle superfici delle sfere (per $r \to a^+$ e $r \to a^-$ e per $r \to b^+$ e $r \to b^-$). Discutere le discontinuità del campo elettrico nell'attraversamento delle due superfici sferiche. Calcolare i valori numerici dei campi assumendo i seguenti valori per i dati del problema: $q = 1.11 \cdot 10^{-10}$ C, $a = 10$ cm, $b = 20$ cm, $\kappa = 2$. Rappresentare graficamente il modulo del campo elettrico.

Esercizio 2. Un conduttore cilindrico di lunghezza indefinitamente grande e di raggio R (inizialmente generico) è percorso da una corrente diretta lungo l'asse longitudinale, e la cui densità è radialmente non uniforme e segue l'andamento

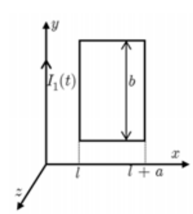


$$\mathbf{J} = J_0(1 - r^2/\alpha)\hat{\mathbf{e}}_z$$

con $\alpha = 5 \cdot 10^{-3}$ m^2 e J_0 una costante con le dimensioni di A/m^2.
Il materiale conduttore ha permeabilità magnetica relativa $\mu_r = 2$.

a) Scrivere l'espressione dei campi **H**, **B**, **M** in tutto lo spazio, dato un raggio generico R del conduttore.
b) Trovare il raggio R_0 tale che il campo **B** risulti nullo per $r \geq R_0$. Per tale valore del raggio determinare il valore totale della corrente di conduzione e commentare il risultato.
c) Fissato tale raggio R_0, calcolare le densità di corrente di magnetizzazione.
d) Calcolare le correnti totali di magnetizzazione. Commentare il risultato.

Esercizio 3. Si consideri un filo infinito, parallelo all'asse y, percorso da una corrente $I_1(t)$ generica, nel verso indicato in figura. Una spira rettangolare di massa m e di lati a e b, giace sul piano x–y con il lato b parallelo all'asse y e a una distanza l da esso. La spira ha una resistenza R.



a) Determinare l'espressione del flusso $\Phi(t)$ concatenato con la spira. Determinare l'espressione della forza elettromotrice indotta e della corrente I_2 che scorre nella spira (specificandone il verso) in funzione della generica corrente che scorre nel filo $I_1(t)$.
b) Determinare l'espressione della forza esercitata sulla spira.
c) Si consideri infine la situazione in cui la corrente che scorre nel filo ha un valore costante I_0. Assumendo che per $t = 0$ la spira sia ferma e che la corrente venga rapidamente ridotta a zero, determinare lo stato di moto della spira dopo che la corrente è stata azzerata. La forma esplicita di $I_1(t)$ non ha influenza sul risultato.

NB: utilizzare i simboli I_1 e I_2 nello svolgimento dell'esercizio

$$\nabla \times \mathbf{V} = \left[\frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial \phi} - \frac{\partial V_\phi}{\partial z}\right]\hat{\mathbf{e}}_r + \left[\frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r}\right]\hat{\mathbf{e}}_\phi + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial (r V_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial \phi}\right]\hat{\mathbf{e}}_z \qquad \nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 V_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta V_\theta)}{\partial \theta}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V_\phi}{\partial \phi}$$