

Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 8 settembre 2023
Prof. G. Colò, F. Ragusa – anno accademico 2022-2023

Attenzione: indicare **nome, cognome** e **matricola** su tutte le pagine. **Numerare le pagine**. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere **commentato** e le **leggi** ed eventuali **principi di simmetria** utilizzati devono essere **chiaramente enunciati**. L'elaborato deve essere svolto **ordinatamente** e con una grafia **comprensibile**. Non seguire queste indicazioni può comportare un **giudizio negativo, al limite insufficiente**, dell'elaborato.

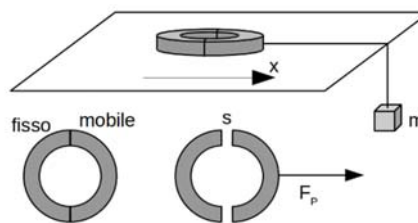
Esercizio 1. Un cilindro conduttore di raggio $R_1 = 5$ mm, lunghezza $L = 2$ m è coassiale con due gusci cilindrici di raggio $R_2 = 50$ mm e di raggio $R_3 = 240$ mm e spessore trascurabile rispetto a R_1 , anch'essi conduttori e di uguale lunghezza. Il cilindro più interno è stato caricato con una carica $Q_1 = Q = 2.4$ μC , l'intermedio con una carica Q_2 pari tre volte Q ($Q_2 = 3Q$) e l'esterno possiede una carica negativa pari a $Q_3 = -Q$. I gusci hanno spessore trascurabile rispetto a R_1 . Si consideri la lunghezza L molto maggiore dei raggi in modo da trascurare effetti di bordo.

- Si determini la disposizione delle cariche su tutte le superfici dei conduttori e scrivere l'espressione delle densità superficiali di carica.
- Si scriva l'espressione del campo elettrico \mathbf{E} in tutte le regioni dello spazio e si rappresenti il suo modulo graficamente. Discutere le eventuali discontinuità del campo elettrico.
- Si calcoli il valore numerico delle differenze di potenziale $V(R_1) - V(R_2)$ e $V(R_2) - V(R_3)$.

Questa configurazione iniziale viene poi modificata collegando un sottile filo conduttore tra il cilindro di raggio R_1 ed il guscio di raggio R_3 .

- Si scrivano, motivandole fisicamente, le equazioni necessarie per determinare le cariche elettriche sulle superfici dei conduttori in questa nuova condizione.
- Si risolva le equazioni del punto d) e si calcolino i valori delle cariche sulle superfici dei conduttori.

Esercizio 2. Un toroide, costituito da una lega ferromagnetica con $\mu_r = 400$, di sezione $\Sigma = 6.0$ cm² e lunghezza media $L = 2.4$ m, è posto su un piano orizzontale. Il toroide è tagliato trasversalmente in due punti diametralmente opposti; una delle due metà è fissata al piano, mentre la seconda può scorrere sul piano, senza attrito, lungo la direzione x , come indicato in figura. Un avvolgimento di $N = 1500$ spire percorso dalla corrente $i = 1.6$ A, mantenuta costante da un generatore esterno, avvolge la metà fissa del toroide e resta concatenato in tutte le configurazioni descritte nel seguito.



- Si indichi la direzione dei campi \mathbf{B} e \mathbf{H} nel materiale ferromagnetico quando i due semi-toroide non sono separati e si calcolino i moduli B_0 e H_0 dei due campi.

Successivamente la metà mobile viene allontanata in modo da creare due traferri, ciascuno di spessore $s = 6.0$ mm, e mantenuta in posizione tramite due spessori di permeabilità magnetica relativa unitaria, posti nello spazio tra i traferri. Si calcolino:

- I moduli dei campi nel materiale ferromagnetico (B_i e H_i) e nel traferro (B_t e H_t) a separazione avvenuta.
- La variazione di energia $U_f - U_0$ nell'operazione di separazione (U_f energia dopo la separazione, U_0 prima).
- Infine alla metà mobile è collegato un filo inestensibile di massa nulla a cui può essere appesa una massa m . Calcolare il valore minimo di m necessario per provocare il distacco della metà mobile dagli spessori. NB: durante la separazione delle due metà del toroide, il generatore mantiene costante la corrente e per compie un lavoro. Tenendo conto del lavoro del generatore l'energia totale del sistema risulta $U_T = -U_f$.

Esercizio 3. Un'onda elettromagnetica viaggia nel vuoto e il campo elettrico associato ha la forma

$$\mathbf{E} = (E_0 \mathbf{e}_x + 2E_0 \mathbf{e}_z) \cos(ky + \omega t)$$

- Si scrivano direzione e verso di propagazione dell'onda, e anche la direzione di polarizzazione dell'onda, specificando l'espressione analitica del versore lungo cui l'onda è polarizzata.
- Si scriva l'espressione del campo di induzione magnetica \mathbf{B} , specificando modulo, direzione e verso.
- Si scrivano il vettore di Poynting e l'intensità media dell'onda. Tale intensità viene misurata mettendo un rivelatore su un piano perpendicolare alla direzione di propagazione, e vale 1 W/m²; determinare il valore di E_0 , e il modulo di \mathbf{E} .
- Si scriva infine il valore della densità di energia associata all'onda.