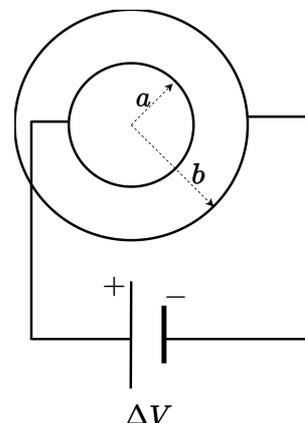


Prova scritta del corso di Elettromagnetismo
(Prof. F. Ragusa, Prof. G. Colò)
A.A. 2022-2023, 17/11/2023

Attenzione: indicare nome, cognome e matricola su tutte le pagine. Numerare le pagine. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere commentato, le leggi ed eventuali principi di simmetria utilizzati devono essere chiaramente enunciati. Il compito deve essere svolto ordinatamente e con una calligrafia chiaramente leggibile.

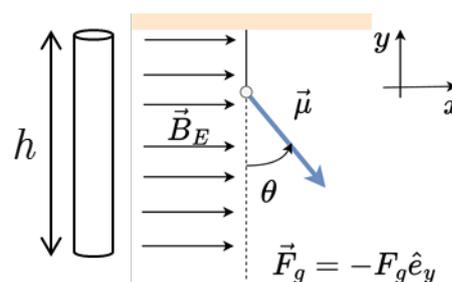
Esercizio 1. Le armature di un condensatore sferico hanno raggi, rispettivamente, $a = 8 \text{ cm}$ e $b = 10 \text{ cm}$. Esse vengono mantenute a una differenza di potenziale costante $\Delta V = 50 \text{ V}$ come in figura.



- Determinare l'espressione del campo elettrico e del potenziale per un generico raggio r all'interno del condensatore, in funzione della ΔV data.
- Calcolare la capacità del condensatore, la carica totale e la densità di carica sulle armature (specificando il segno delle densità di carica). Calcolare anche l'energia elettrostatica immagazzinata nel condensatore.
- Si supponga ora di mantenere ΔV costante, e di non variare il raggio dell'armatura esterna b . Se a viene invece cambiato, e posto uguale a una variabile R , si trovi R affinché il campo $E(R)$ sia minimo.
- Il valore di R trovato in c) è anche un estremo dell'energia potenziale immagazzinata? Si giustifichi la risposta con un calcolo esplicito.

Determinare i valori numerici delle grandezze calcolate nel punto b).

Esercizio 2. Una barretta di forma cilindrica ha una magnetizzazione permanente uniforme, diretta lungo il suo asse di simmetria (direzione di h) e pari a $M = 2 \cdot 10^5 \text{ A/m}$. Il cilindro ha altezza $h = 40 \text{ mm}$, raggio $R = 2.5 \text{ mm}$ e densità di massa $\rho = 5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.



- Calcolare (in modulo, direzione e verso) le densità di corrente di magnetizzazione e le correnti totali di magnetizzazione. Calcolare il momento di dipolo magnetico μ della barretta.
- Nell'approssimazione di cilindro infinito ($h \gg R$), calcolare (in modulo, direzione e verso) il campo \mathbf{B} entro la barretta.
- Considerando l'effettiva lunghezza finita della barretta, ma con \mathbf{B} circa uniforme nella barretta stessa, disegnare qualitativamente le linee di campo di \mathbf{B} e \mathbf{H} in tutto lo spazio, giustificandone esplicitamente l'andamento.
- La barretta viene sospesa verticalmente fissandola a un'estremità così che il dipolo punti verso il basso e possa dunque oscillare liberamente intorno a tale estremità, in una regione dove sono presenti il campo gravitazionale verticale e il campo magnetico terrestre \mathbf{B}_E , che approssimiamo come orizzontale. Sapendo che in equilibrio la barretta assume un angolo $\theta = 10 \text{ mrad}$ rispetto alla verticale, calcolare l'intensità del campo magnetico terrestre.

Determinare i valori numerici delle grandezze calcolate nei punti a) b) e c).

Esercizio 3. Una carica $Q > 0$ è fissata con densità lineare uniforme su di un supporto a forma di anello sottile circolare con raggio a e massa M . Questo supporto può ruotare attorno all'asse z , perpendicolare al piano dell'anello e passante per il suo centro. L'anello è posto all'interno di un solenoide ideale, con raggio maggiore del raggio dell'anello e con l'asse parallelo all'asse di rotazione dell'anello. A $t = 0$, l'anello è fermo, il solenoide fornisce un campo di induzione magnetica \mathbf{B} , uniforme e perpendicolare al piano dell'anello, diretto nel verso positivo dell'asse z . Il suo modulo varia nel tempo con legge $B = B_0 t / T$ (B_0, T costanti positive).

- Determinare il campo elettrico indotto lungo la circonferenza dell'anello. Determinare la forza elettrica su di un elemento infinitesimo di carica dell'anello, e il momento meccanico totale della forza.
- Dato il momento della forza, scrivere l'accelerazione angolare e l'equazione del moto per la velocità con cui ruota l'anello. Si ricavi quindi la velocità angolare $\omega(t)$ dell'anello, e il suo valore in $t = T$.
- Determinare la corrente elettrica $I(t)$ associata al moto delle cariche solidali con l'anello, e il campo \mathbf{B} che essa induce al centro dell'anello.