

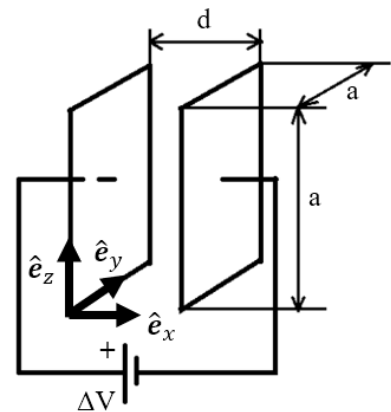
Prima prova in itinere del corso di Elettromagnetismo
(Prof. A. Mennella, Prof. G. Colò)
A.A. 2023-2024, 29/01/2024

Attenzione: indicare nome, cognome e matricola su tutte le pagine. Numerare le pagine. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere commentato, le leggi ed eventuali principi di simmetria utilizzati devono essere chiaramente enunciati. Il compito deve essere svolto ordinatamente e con una calligrafia chiaramente leggibile.

Esercizio 1. Una distribuzione continua di carica elettrica è disposta nel vuoto in una zona di forma cilindrica, con estensione assiale $L = 400$ mm e raggio $d = 10$ mm, secondo l'andamento $\rho(r) = \alpha(d-r)$, con $\alpha = 10^{-5}$ C/m⁴ (r distanza dall'asse di simmetria, in coordinate cilindriche). Si consideri l'approssimazione di estensione assiale infinita ($L \gg d$).

- a) Determinare l'espressione e calcolare il valore numerico della carica totale.
- b) Determinare l'espressione (in modulo, direzione e verso) del campo elettrico in tutto lo spazio, ovvero $\forall r$. Calcolarne il valore in $r = d$.
- c) Si supponga ora che sull'asse di simmetria venga idealmente fissata una distribuzione lineare di carica λ . Scrivere il campo elettrico di questa carica. Calcolare il valore di λ tale che il campo elettrico complessivo (di ρ e λ) sia nullo per $\forall r > d$.
- d) In questa situazione, determinare l'espressione del potenziale elettrostatico in tutto lo spazio, facendo una scelta ragionevole per il potenziale di riferimento. Calcolare il valore del potenziale in $r = 0$.

Esercizio 2. Le armature di un condensatore a facce piane, parallele, e quadrate di lato $a = 10$ mm con intercapedine $d = 2$ mm sono mantenute a una differenza di potenziale $\Delta V = 50$ V. Il condensatore è completamente riempito da un dielettrico lineare e isotropo, ma non omogeneo, ovvero con costante dielettrica $\kappa(z) = \alpha + \beta z$, con $\alpha = 2$ e $\beta = 300$ m⁻¹.



- a) Determinare (in modulo, direzione e verso) l'espressione dei campi \mathbf{E} e \mathbf{D} all'interno del condensatore.
- b) Determinare l'espressione della densità di carica libera superficiale σ sulle armature. Determinare l'espressione e calcolare il valore numerico della carica libera totale Q sulle armature. Determinare l'espressione e calcolare il valore della capacità C .
- c) Determinare l'espressione delle densità di carica di polarizzazione. Determinare l'espressione e calcolare il valore delle cariche totali di polarizzazione. Verificare la neutralità del dielettrico.
- d) Determinare l'espressione e calcolare il valore dell'energia elettrostatica contenuta nel condensatore.

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$