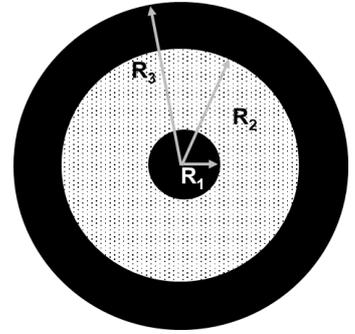


Prova scritta del corso di Elettromagnetismo
(Prof. A. Mennella, Prof. G. Colò)
A.A. 2023-2024, 21/06/2024

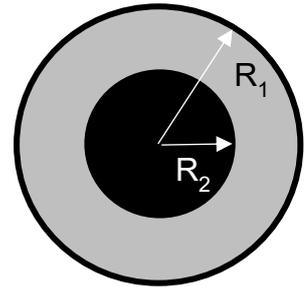
Attenzione: indicare nome, cognome e matricola su tutte le pagine. Numerare le pagine. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere commentato, le leggi ed eventuali principi di simmetria utilizzati devono essere chiaramente enunciati. Il compito deve essere svolto ordinatamente e con una calligrafia chiaramente leggibile. Non seguire queste indicazioni può comportare un giudizio negativo, al limite insufficiente, dell'elaborato.

Esercizio 1. Un cilindro conduttore di raggio $R_1 = 2.5$ mm è posto nel vuoto ed è caricato con una densità superficiale uniforme $\sigma = 10^{-6}$ C/m². Attorno a questo cilindro viene posta una guaina dielettrica cilindrica di raggio interno R_1 e raggio esterno $R_2 = 10$ mm. Il materiale dielettrico ha una costante dielettrica $\kappa = \alpha r + \beta$, dove $\alpha = 200$ m⁻¹ e $\beta = 1.5$. Attorno ai due cilindri viene posto un terzo guscio cilindrico, conduttore, di raggio interno R_2 e raggio esterno $R_3 = 15$ mm. Assumendo i cilindri di lunghezza infinita, in questa configurazione determinare:



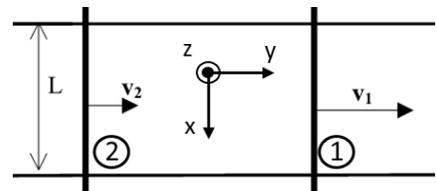
- L'espressione dei campi \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{P} in modulo, direzione e verso, in tutto lo spazio.
- L'espressione delle densità di carica di polarizzazione (superficiali e di volume).
- L'espressione e il valore numerico delle cariche totali di polarizzazione su ogni superficie e nel volume del dielettrico, per una lunghezza $L = 50$ mm del sistema. Commentare il risultato.
- L'espressione della differenza di potenziale tra il conduttore più interno e un punto generico $r > R_3$.
- Supponendo di mettere a terra il conduttore esterno, ripetere il calcolo dei punti a), b), c), d). Calcolare il valore numerico di $V(R_1)$.

Esercizio 2. In una regione cilindrica, abbastanza lunga da essere considerata di lunghezza indefinita, e di raggio R_1 , scorre inizialmente una corrente I_1 dal basso verso l'alto (verso uscente dal foglio).



- Determinare l'espressione del campo di induzione magnetica \mathbf{B} in modulo, direzione e verso in tutto lo spazio. Commentare le condizioni di raccordo per \mathbf{B} e \mathbf{H} in $r = R_1$.
- Si assuma ora che di separare la regione cilindrica in due regioni. Nella regione coassiale interna, di raggio $R_2 = R_1/2$, si sovrappona alla corrente I_1 una corrente $I_2 = -I_1/4$, di verso opposto (ovvero dall'alto verso il basso, in verso entrante nel foglio). Quanto valgono corrente totale e campo \mathbf{B} per $0 < r < R_2$? Si esprima il risultato finale in funzione solo di R_1 e I_1 .
- Determinare ora l'espressione vettoriale del campo \mathbf{B} per $R_2 < r < R_1$ e per $r > R_1$. Anche in questo caso si esprima il risultato finale in funzione solo di R_1 e I_1 .

Esercizio 3. Due sbarrette conduttrici, ciascuna di massa $m = 20$ g e resistenza R , mantengono un contatto elettrico senza attrito su due binari orizzontali di resistenza trascurabile e paralleli, distanti $L = 40$ cm. Tutto il sistema è immerso in un campo magnetico uniforme $B = 1.2$ T, diretto lungo l'asse z , uscente dal foglio e perpendicolare al piano dei binari e delle sbarrette. Le sbarrette sono mantenute in moto rettilineo uniforme, con velocità $v_1 = 10$ m/s e $v_2 = v_1/2$. Il sistema è mostrato in figura (nella risoluzione seguire il sistema di riferimento indicato).



- Determinare espressione e valore della forza elettromotrice indotta e, nota la corrente indotta $I = 0.24$ A, la resistenza di ciascuna delle sbarrette. Calcolare la carica che percorre il circuito in $t = 10$ s.
- Determinare espressione e valore le forze esercitate da \mathbf{B} sulle due sbarrette, in modulo, direzione e verso. Calcolare la potenza esterna che è necessario esercitare per mantenere il moto delle sbarrette, distinguendo il contributo associato al moto della sbarretta 1 e 2.
- Calcolare la potenza dissipata nel circuito, e discutere il bilancio energetico del sistema.
- Infine, si supponga di fermare la sbarretta 2 con velocità v_2 , e di lasciare libera la sbarretta 1. Si descriva a partire da tale istante il moto della sbarretta 1, ovvero la legge che descrive $v_1(t)$, determinando i valori numerici dei parametri caratteristici del moto.