

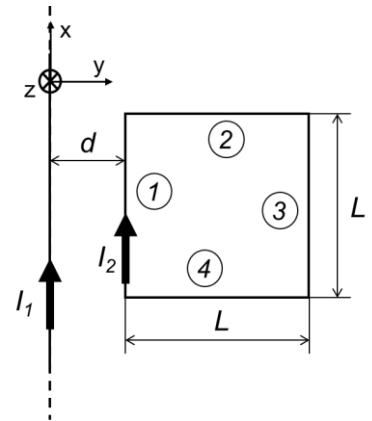
**Prova scritta del corso di Elettromagnetismo**  
**(Prof. A. Mennella, Prof. G. Colò)**  
A.A. 2023-2024, 06/09/2024

**Attenzione:** indicare nome, cognome e matricola su tutte le pagine. Numerare le pagine. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere commentato, le leggi ed eventuali principi di simmetria utilizzati devono essere chiaramente enunciati. Il compito deve essere svolto ordinatamente e con una grafia chiaramente leggibile. Non seguire queste indicazioni può comportare un giudizio negativo, al limite insufficiente, dell'elaborato.

**Esercizio 1.** L'intercapedine di un condensatore cilindrico di raggio interno  $R_1 = 0.5$  mm, raggio esterno  $R_2 = 3$  mm e altezza  $L = 12$  mm (considerabile grande abbastanza da trascurare effetti di bordo) è riempita di polistirene. La costante dielettrica relativa è  $\kappa = 2.6$  e la rigidità dielettrica, ovvero il massimo campo elettrico che il materiale può sopportare prima di iniziare a scaricare (breakdown), è  $E_b = 20$  MV/m. L'armatura interna è posta a un potenziale  $V_1 = 500$  V e quella esterna a  $V_2 = 0$  V.

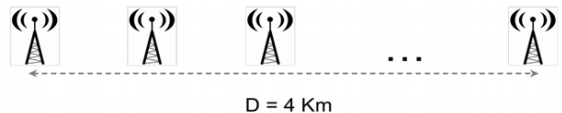
- Determinare l'espressione vettoriale del campo elettrico  $\mathbf{E}$  nel condensatore. Determinare anche espressioni e valori di carica totale sulle armature e capacità. Tutte le quantità vanno espresse in funzione di  $V_1$ .
- Determinare l'espressione del potenziale  $V(r) \forall r$  nel condensatore. Determinare espressione e valore del valore massimo, detto  $V_b$ , che si potrebbe imporre a  $V_1$  considerata la rigidità dielettrica  $E_b$ .
- Considerando di poter variare il raggio  $R_1$ , tracciare il grafico qualitativo di  $V_b(R_1)$  per  $R_1 \in (0, R_2)$ . Determinare il valore di  $R_1$  che massimizza  $V_b$ . e calcolare questo  $V_b$  massimo.
- Sempre in questa condizione, calcolare i valori di capacità ed energia elettrostatica del condensatore.

**Esercizio 2.** Su un piano orizzontale si trovano una spira quadrata, di lato  $L = 20$  cm, percorsa da una corrente  $I_2 = 25$  A, e un filo indefinito percorso da una corrente  $I_1 = 40$  A. La spira ha un lato parallelo al filo e si trova a una distanza  $d = 10$  cm dallo stesso. Seguire le convenzioni del disegno.



- Determinare tutte le forze che il filo esercita sulla spira, specificando modulo, direzione e verso. Calcolare anche la risultante di tali forze e specificare il modulo, la direzione e il verso. Si richiede anche di fornire i valori numerici.
- Scrivere le espressioni analitiche del coefficiente di mutua induzione filo-spira e dell'energia magnetica di interazione, assumendo che la distanza filo-spira possa variare (ovvero sostituendo  $d$  con una variabile  $y$ ). Per  $y = d$  si forniscano anche i valori numerici delle quantità.
- Si consideri  $y \gg L$ . Qual è il valore limite dell'energia magnetica? Si mostri che tale espressione limite include, per la spira, solo il suo momento di dipolo magnetico.
- Mostrare come, per  $y = d$ , dall'energia magnetica calcolata al punto b) si possa ricavare la forza filo-spira. Mostrare anche che il risultato è lo stesso già ricavato al punto a).

**Esercizio 3.** Un ponte radio terrestre è costituito da una sequenza di antenne in grado di ricevere un segnale e ritrasmetterlo all'antenna successiva, in modo da realizzare un collegamento radio tra due luoghi distanti. In un ponte per telefonia cellulare le antenne sono in grado di erogare una potenza  $P_{ant} = 30$  W isotropicamente nello spazio, e di rilevare un segnale di intensità minima  $I_{min} = 3.73 \cdot 10^{-6}$  W/m<sup>2</sup>.



- Quante antenne saranno necessarie per mettere in comunicazione due utenti che distano 4 Km?
- Quanto tempo impiega il segnale a percorrere l'intero ponte radio? Considerare nullo il ritardo di un'antenna tra ricezione e trasmissione.
- La normativa sulle emissioni elettromagnetiche stabilisce che il campo elettrico massimo prodotto da un'antenna per telecomunicazioni non superi  $E_{max} = 20$  V/m. Un utente che si trova alla base di un'antenna di altezza  $h_{ant} = 6$  m può stare tranquillo o deve chiamare le autorità? Motivare quantitativamente la risposta.

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \quad \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$$