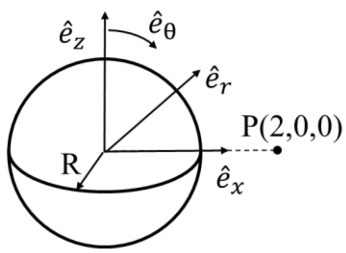
Prova scritta del corso di Elettromagnetismo
(Prof. A. Mennella, Prof. G. Colò)
A.A. 2023-2024, 14/11/2024

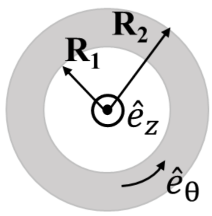
Attenzione: indicare nome, cognome e matricola su tutte le pagine. Numerare le pagine. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere commentato, le leggi ed eventuali principi di simmetria utilizzati devono essere chiaramente enunciati. Il compito deve essere svolto ordinatamente e con una grafia chiaramente leggibile. Non seguire queste indicazioni può comportare un <u>giudizio negativo, al limite insufficiente</u>, dell'elaborato.

Esercizio 1. Una distribuzione di densità di carica volumica $\rho(r,\theta) = r(a+b\cos\theta)$ è disposta nel vuoto entro una regione sferica di raggio R = 1 cm. Considerare (r,θ) le coordinate sferiche di un sistema di riferimento con origine nel centro della sfera, e costanti $a = 2\cdot10^{-6}$ C/m^4, $b = 15\cdot10^{-6}$ C/m^4.



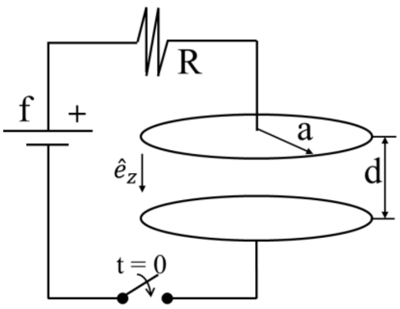
a) Determinare espressione e valore della carica totale Q della distribuzione.
b) Determinare espressione vettoriale e valore del momento di dipolo **p** della distribuzione. Si tenga conto delle simmetrie del problema.
c) Determinare espressione vettoriale e valore delle componenti del campo elettrico nel punto P di coordinate (x,y,z) = (2,0,0) cm, nonché della forza esercitata su una carica puntiforme $q = 10^{-5}$ C posta in P.

Esercizio 2. Un guscio cilindrico ha raggio interno R_1 = 20 cm, raggio esterno R_2 = 25 cm e lunghezza considerabile infinita. Esso è stato realizzato con un materiale dalla magnetizzazione permanente $\mathbf{M} = \alpha\cdot r\,\hat{e}_\theta$, dove $\alpha = 2\cdot10^5$ A/m^2.



a) Determinare le espressioni vettoriali delle densità di corrente di magnetizzazione.
b) Determinare le espressioni e i valori numerici delle diverse correnti totali di magnetizzazione. Commentare il risultato.
c) Determinare l'espressione del campo **B** in tutto lo spazio. Calcolarne il valore in R_1, R_2.
d) Determinare l'espressione del campo **H** in tutto lo spazio.
e) Tracciare il grafico dell'andamento qualitativo di **B** in funzione di r. Verificare e commentare le condizioni di raccordo alle interfacce R_1 e R_2 per **H** e **B**.

Esercizio 3. Un generatore di tensione costante f = 120 V viene chiuso al tempo t = 0 su di un circuito costituito da una serie RC dove la resistenza è R = 20 k**Ω** e il condensatore, inizialmente scarico, è a facce piane e parallele circolari, di raggio a = 20 mm e intercapedine d = 4 mm. Il condensatore è riempito da un mezzo trasparente elettricamente ($\varepsilon = \varepsilon_0$) ma con permeabilità magnetica relativa $\mu_r = 800$.



a) Scrivere espressione e valore della capacità del condensatore, trascurando gli effetti di bordo.
b) Risolvere l'equazione del circuito: determinare l'espressione della carica sulle armature del condensatore, la loro differenza di potenziale e il campo elettrico all'interno in funzione del tempo. Indicare esplicitamente segni e versi delle quantità, coerentemente col disegno del circuito. Calcolarne i valori finali ($t \to \infty$). Calcolare la costante di tempo caratteristica del circuito.
c) Determinare la densità e la corrente totale di spostamento nel condensatore in funzione del tempo. Indicare esplicitamente il verso della corrente, coerentemente col disegno del circuito.
d) Determinare l'espressione del campo **B**(t) nel condensatore. Calcolare il valore di **B** in r = a, t = 0.

$\varepsilon_0 = 8.85\cdot10^{-12}$ F/m $\qquad \mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ N/A^2

$$\nabla\times\mathbf{V} = \left[\frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial\phi} - \frac{\partial V_\phi}{\partial z}\right]\hat{\mathbf{u}}_r + \left[\frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r}\right]\hat{\mathbf{u}}_\phi + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial(rV_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial\phi}\right]\hat{\mathbf{u}}_z$$