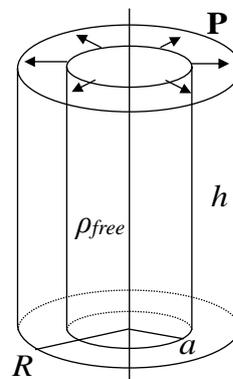


**Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 20 febbraio 2025**  
**Prof. G. Colò, D. Mennella – anno accademico 2023-2024**

Attenzione: indicare **nome, cognome** e **matricola** su tutte le pagine. **Numerare le pagine**. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere **commentato** e le **leggi** ed eventuali **principi di simmetria** utilizzati devono essere **chiaramente enunciati**. L'elaborato deve essere svolto **ordinatamente** e con una grafia **comprensibile**. Non seguire queste indicazioni può comportare un **giudizio negativo, al limite insufficiente**, dell'elaborato.

**Esercizio 1.** Si consideri una regione cilindrica in vuoto molto lunga (infinita) di raggio  $a = 5$  cm; vi si trova distribuita una carica di densità  $\rho_{free} = kr$  dove  $k$  è una costante e  $r$  è la distanza dall'asse del cilindro. La regione è circondata da un guscio cilindrico coassiale di raggio interno  $a$  e raggio esterno  $R = 15$  cm; il materiale del guscio ha una polarizzazione permanente  $\mathbf{P} = P \hat{\mathbf{e}}_r$ , con  $P = 2 \cdot 10^{-4}$  C/m<sup>2</sup>.

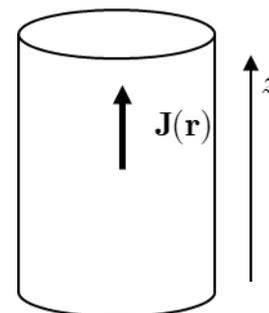


- Determinare le espressioni delle densità di carica di polarizzazione di volume e di superficie del guscio.
- Determinare espressioni e valori delle cariche totali di polarizzazione di un tratto di lunghezza  $h = 5$  cm del guscio.
- Determinare l'espressione del campo elettrico  $\mathbf{E}$  in tutto lo spazio.
- Determinare le espressioni del campo elettrico sulle superfici (interne ed esterne) situate a  $r = a$  e  $r = R$ . Discutere le eventuali discontinuità del campo elettrico nei due casi.

**Esercizio 2.** Un conduttore cilindrico di lunghezza indefinitamente grande e di raggio  $R$  (inizialmente generico) è percorso da una corrente diretta lungo l'asse longitudinale, e la cui densità è radialmente non uniforme e segue l'andamento

$$\mathbf{J} = J_0(1 - r^2/\alpha)\hat{\mathbf{e}}_z$$

con  $\alpha = 2 \cdot 10^{-2}$  m<sup>2</sup> e  $J_0$  una costante con le dimensioni di A/m<sup>2</sup>. Il materiale conduttore ha permeabilità magnetica relativa uniforme  $\mu_r$ .



- Determinare l'espressione dei campi  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{M}$  in tutto lo spazio, dato un raggio generico  $R$  del conduttore.
- Trovare espressione e valore numerico del raggio del cilindro  $R_0$  tale che il campo  $\mathbf{B}$  risulti nullo per  $r \geq R_0$ . Per tale valore del raggio determinare il valore totale della corrente di conduzione e commentare il risultato.
- Fissato tale raggio  $R_0$ , determinare le densità di corrente di magnetizzazione.
- Calcolare le correnti totali di magnetizzazione. Commentare il risultato.

**Esercizio 3.** Si consideri un campo elettromagnetico nel vuoto con le seguenti caratteristiche: *i*) la densità di corrente è nulla in tutto lo spazio,  $\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \mathbf{0}$ ; *ii*) il potenziale vettore è  $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = A_0 \sin(kz - \omega t) \hat{\mathbf{e}}_x$ ; *iii*) il campo elettrico è  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_0 \sin(kz - \omega t) \hat{\mathbf{e}}_x$ . Nelle espressioni precedenti  $A_0$  e  $\omega$  sono costanti note,  $E_0$  e  $k$  due incognite da determinare.

- Determinare l'espressione del campo magnetico  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ .
- Determinare la densità di carica  $\rho(\mathbf{r})$ .
- Determinare il modulo del campo elettrico  $E_0$  e il modulo del vettore d'onda  $k$ .
- I campi  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  e  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  così determinati sono le componenti di un'onda elettromagnetica? Motivare adeguatamente la risposta.

$$\nabla \times \mathbf{V} = \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \phi} - \frac{\partial V_\phi}{\partial z} \right] \hat{\mathbf{e}}_r + \left[ \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r} \right] \hat{\mathbf{e}}_\phi + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(rV_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial \phi} \right] \hat{\mathbf{e}}_z$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$$