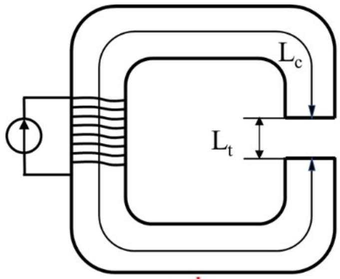
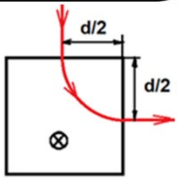
Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 19 giugno 2025
Prof. G. Colò, D. Mennella – anno accademico 2024-2025

Attenzione: indicare **nome, cognome** e **matricola** su tutte le pagine. **Numerare le pagine**. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere **commentato** e le **leggi** ed eventuali **principi di simmetria** utilizzati devono essere **chiaramente enunciati**. L'elaborato deve essere svolto **ordinatamente** e con una grafia **comprensibile**. Non seguire queste indicazioni può comportare un **giudizio negativo, al limite insufficiente**, dell'elaborato.



Esercizio 1. Un elettromagnete è costruito avvolgendo un circuito di N = 2000 spire su di un'anima ferromagnetica a C di sezione trasversale quadrata di lato d = 20 cm. Il ferro ha una lunghezza media L_c = 158 cm e il traferro L_t = 2 cm. La curva di magnetizzazione caratteristica del materiale è approssimabile con la funzione $B = k \cdot \log[\alpha(1+H)]$, dove k = 0.1 T e α = 20 m/A. Si vuole avere un campo B = 1 T nel traferro. Si considerino grandezze medie sulla sezione e si trascuri il flusso disperso. Per indicare chiaramente direzioni e versi dei vettori si utilizzino disegni opportuni.



a) Determinare **H** (in modulo e verso) nel ferro e nel traferro.
b) Calcolare la corrente I richiesta per ottenere il campo desiderato.
c) Determinare **M** (in modulo e verso) nell'anima ferromagnetica.
d) Determinare la densità di corrente di magnetizzazione sulla superficie dell'anima, e calcolarne la sua corrente totale di magnetizzazione.
e) Un fascio di ioni a carica $+e$ entra nel traferro perpendicolarmente a **B**, nel punto centrale della sezione, e descrive una traiettoria che è un quarto di circonferenza (cfr. figura). Nota l'energia cinetica (classica) del fascio E_k = 480 keV, determinarne la specie.

Esercizio 2. Un anello di raggio a e spessore trascurabile possiede una massa M e una carica Q uniformemente distribuite lungo la circonferenza, per cui si possono definire una densità di massa d e una densità di carica λ, entrambe uniformi. Nell'intervallo di tempo $0 < t < \tau$ viene applicato un campo di induzione magnetica **B**, perpendicolare al piano dell'anello, spazialmente uniforme e di andamento temporale $B(t)=B_0 t/\tau$.

a) Determinare in modulo, direzione e verso il campo elettrico indotto lungo la circonferenza dell'anello.
b) Si consideri ora un elemento infinitesimo *dl* di percorso lungo l'anello. Scrivere le espressioni della forza agente su tale elemento, e di qui l'equazione del moto, l'accelerazione angolare e la velocità angolare dell'anello, in modulo e verso.
c) L'anello in rotazione può essere pensato equivalente a una spira percorsa da corrente. Qual è il valore che la velocità angolare raggiunge a $t = \tau$, e quanto vale l'intensità di corrente I in tale istante?
d) Determinare il campo **B'** indotto al centro della spira per $t = \tau$. Scrivere anche il rapporto tra i moduli di tale campo e del campo **B** originariamente applicato. Si commenti il risultato. Esso giustifica il fatto che il campo indotto sia stato trascurato ai punti precedenti?.

Esercizio 3. Una vaschetta alta h = 10 mm ha una larghezza e una lunghezza molto maggiori di h, così che si possa considerare indefinita nelle due direzioni orizzontali. Nella vaschetta è contenuto un liquido con polarizzazione trascurabile, e in esso sono sospese particelle cariche, ciascuna con una carica $q = 10^{-18}$ C. Per effetto del bilanciamento tra gravità e repulsione coulombiana, le particelle si stratificano e la loro densità risulta essere $n(z)=n_0 z/h$, con $n_0 = 10^{10}$ m^{-3}. L'asse z è diretto verso il basso e z = 0 coincide con la superficie del liquido, mentre z = h coincide con il fondo della vaschetta.

a) Scrivere le equazioni differenziali per il campo **E** nelle due regioni, quella superiore al liquido, e quella nel liquido. Qual è la condizione di continuità per **E** in z = 0?
b) Determinare il campo **E** nella regione superiore al liquido, z < 0. A tal fine sfruttare il valore limite che ci si aspetta per il campo E quando z << 0 e calcolarne anche il valore numerico. Determinare di conseguenza anche **E** nella regione 0 < z < h e calcolarne il valore in z = h.

Si supponga ora che il liquido nella vaschetta sia invece un dielettrico con $\varepsilon_r=2.8$.

a) Determinare le espressioni vettoriali di **D**, **E**, **P** nel liquido dielettrico. La sospensione di particelle è la stessa dei punti precedenti.
b) Determinare le densità di carica di polarizzazione nel dielettrico. Calcolare il valore delle rispettive cariche totali di polarizzazione considerando una zona di estensione orizzontale 100 mm lungo x e y. **Facoltativo**: determinare **D**, **E**, **P** anche sopra e sotto la vaschetta.