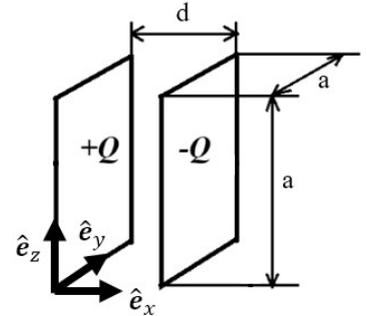


Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 14 luglio 2025
Prof. G. Colò, A. Mennella – anno accademico 2024-2025

Attenzione: indicare **nome, cognome** e **matricola** su tutte le pagine. **Numerare le pagine**. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere **commentato** e le **leggi** ed eventuali **principi di simmetria** utilizzati devono essere **chiaramente enunciati**. L'elaborato deve essere svolto **ordinatamente** e con una grafia **comprensibile**. Non seguire queste indicazioni può comportare un **giudizio negativo, al limite insufficiente**, dell'elaborato.

Esercizio 1. Le armature di un condensatore a facce piane, parallele, e quadrate di lato $a = 10 \text{ mm}$ con intercapedine $d = 2 \text{ mm}$ sono caricate con una carica $Q = 10 \text{ pC}$ uguale e opposta, e poi così mantenute scollegandole dal generatore. Il condensatore è completamente riempito da un dielettrico lineare e isotropo, ma non omogeneo, ovvero con costante dielettrica $\kappa(z) = 1 + \beta z$, con $\beta = 300 \text{ m}^{-1}$.



- Determinare l'espressione della differenza di potenziale ΔV tra le armature e della distribuzione di carica $\sigma(z)$ in funzione di Q . Calcolare anche il valore di ΔV e della capacità C .
- Determinare l'espressione vettoriale dei campi \vec{E} e \vec{D} all'interno del condensatore. Calcolare anche il valore del modulo di \vec{E} .
- Determinare l'espressione vettoriale della densità di polarizzazione \vec{P} , e l'espressione delle densità di carica di polarizzazione di superficie e volume. Di queste calcolare anche i rispettivi integrali.
- Determinare l'espressione e calcolare il valore dell'energia elettrostatica contenuta nel condensatore.

Esercizio 2. Un fornello a induzione è costituito da un elettromagnete di diametro $d = 15 \text{ cm}$, lunghezza $l = 30 \text{ cm}$ e avente $N = 300$ spire, da modellare, per semplicità, come un solenoide infinito. Nella bobina, che ha una resistenza $R = 44 \Omega$, scorre una corrente alternata alla frequenza $\nu = 40 \text{ kHz}$ generata da una tensione alternata $V(t) = V_0 \cos(2\pi \nu t)$. La tensione quadratica media, V_{rms} , definita come $V_{\text{rms}} = \sqrt{\langle V^2(t) \rangle}$ (media calcolata su un periodo dell'oscillazione) è di 220 V . La variazione del campo magnetico prodotto dall'elettromagnete genera correnti indotte sul fondo di una pentola appoggiata sul piano a induzione che, dissipando per effetto Joule, scaldano la pentola. Si assuma che la pentola abbia lo stesso diametro della bobina e che, con i parametri considerati, le correnti indotte penetrino per uno spessore $t = 0.2 \text{ mm}$ nel fondo della pentola.

- Scrivere l'equazione che descrive l'andamento della corrente, della potenza, e dei campi \vec{B} e \vec{H} trascurando l'autoinduttanza della bobina.
- Determinare i valori numerici di I_0 , P_0 , B_0 , H_0 e i corrispondenti valori quadratici medi;
- Scrivere l'equazione della f.e.m. indotta sul fondo in funzione della distanza dal centro della pentola e calcolare i valori numerici di \mathcal{E}_0 e \mathcal{E}_{rms} al bordo.
- Scrivere l'equazione del campo elettrico indotto, \vec{E}_{ind} , e della densità di corrente indotta, \vec{J}_{ind} . Calcolare il valore quadratico medio della corrente indotta che si instaura su tutto il fondo della pentola.

Esercizio 3. Il campo di induzione magnetica di un'onda piana confinata in una cavità vale $\vec{B} = B_0 \cos(ay + bt)\hat{e}_z$ Le costanti a e b valgono $a = 10 \text{ m}^{-1}$ e $b = 3 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$, rispettivamente.

- Quanto valgono la lunghezza d'onda e il periodo dell'onda? Scrivere anche modulo, direzione e verso del vettore d'onda, specificando chiaramente la direzione di propagazione.
- Determinare l'espressione completa del campo elettrico E , specificando la sua direzione e verso.
- Una superficie quadrata di 5 cm di lato viene posta perpendicolarmente alla direzione di propagazione, e viene rilevato che essa assorbe dall'onda una potenza media di 1 mW . Quanto valgono il vettore di Poynting associato con l'onda (in modulo, direzione e verso) e le ampiezze dei campi E_0 e B_0 ?
- L'onda in esame viene sovrapposta con una seconda onda, così che il campo complessivo risulta essere $\vec{B} = B_0 \cos(ay + bt)\hat{e}_z + B_0 \cos(ay - bt)\hat{e}_z$. In questa nuova situazione, determinare i nuovi valori del vettore di Poynting e della sua media temporale. Commentare la conservazione dell'energia all'interno della cavità.