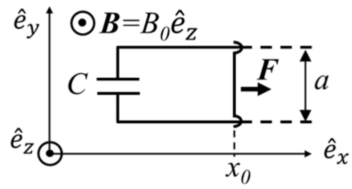
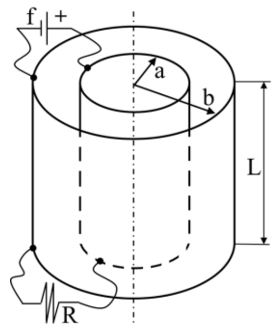
Prova scritta del corso di Elettromagnetismo
(Prof. A. Mennella, Prof. G. Colò)
A.A. 2024-2025, 05/09/2025

Attenzione: indicare nome, cognome e matricola su tutte le pagine. Numerare le pagine. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere commentato, le leggi ed eventuali principi di simmetria utilizzati devono essere chiaramente enunciati. Il compito deve essere svolto <u>ordinatamente</u> e con una <u>grafia chiaramente leggibile</u>. Non seguire queste indicazioni può comportare un <u>giudizio negativo, al limite insufficiente</u>, dell'elaborato.



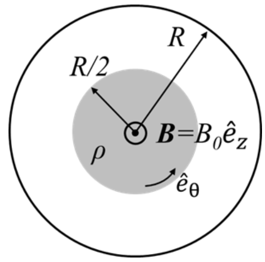
Esercizio 1. Un circuito a U con due bracci paralleli di lunghezza indefinitamente grande è chiuso da una barretta di lunghezza a = 20 cm e massa m = 5 g che può scorrere senza attrito mantenendo il contatto elettrico con la U. Tutto il circuito è in vuoto, ha resistenza trascurabile, e vi è inserito un condensatore di capacità C = 2.2 mF. Perpendicolare al piano definito dal circuito è presente un campo di induzione magnetica uniforme $\mathbf{B} = B_0\hat{\boldsymbol{e}}_z$, con $B_0 = 5$ T. All'istante t = 0 il condensatore è scarico e la barretta ferma a $x = x_0 = 0.1$ m. Da questo istante alla barretta viene applicata una forza costante $\mathbf{F} = F_0\hat{\boldsymbol{e}}_x$, con $F_0 = 5$ mN.

a) Scrivere formalmente l'equazione di Kirchhoff generalizzata per il circuito e ricavarne l'espressione formale per la corrente. Definire chiaramente segni e orientamenti.
b) Stabilire quali forze agiscono sulla barretta. Scrivere l'equazione del moto per la barretta.
c) Risolvere l'equazione del moto e ottenere la legge temporale esplicita per velocità e posizione della barretta, nonché per la corrente che circola nel circuito e la carica sul condensatore (sempre chiarendo in modo non ambiguo segni e versi).
d) Calcolare il valore numerico di carica sul condensatore, velocità e posizione della barretta a t* = 1 s.



Esercizio 2. Un cavo coassiale è realizzato con due guaine cilindriche di conduttore metallico ideale (resistenza nulla), spessore trascurabile, raggi rispettivamente a = 3 mm e b = 5 mm e lunghezza L >> a,b. A un estremo è collegato un generatore di tensione costante f = 24 V e all'altro un carico resistivo R = 1 kΩ. Trascurando le regioni di bordo agli estremi, determinare quanto segue.

a) Calcolare la corrente stazionaria I che scorre nei due conduttori. Determinare l'espressione vettoriale del campo di induzione magnetica **B** in tutto lo spazio. Determinare la posizione del massimo del modulo di **B** e calcolarne il valore.
b) In quanto posti a potenziale, i conduttori hanno una carica superficiale e generano un campo elettrostatico **E**. Determinare l'espressione vettoriale del campo elettrico in tutto lo spazio (∀r). Determinare la posizione del massimo di **E** e calcolarne il valore.
c) Determinare l'espressione vettoriale del vettore di Poynting.
d) Osservando la direzione del vettore di Poynting, integrarne il flusso attraverso un'opportuna superficie e calcolarne il valore. Commentare fisicamente il risultato ottenuto.



Esercizio 3. Una camera a vuoto è realizzata con un tubo metallico cilindrico di raggio R = 20 mm e lunghezza indefinita, posto a potenziale nullo. Vi è contenuta una distribuzione di carica volumica uniforme $\rho = 5\cdot10^{-6}$ C/m^3, cilindrica e coassiale con la camera, di raggio R/2.

a) Determinare il campo elettrico per r ∈ [0,R], utilizzando la legge di Gauss.
b) Determinare il potenziale elettrostatico per integrazione a partire dal campo elettrico. Calcolare i valori numerici del campo elettrico in r = 0, R/2, R e del potenziale in r = 0, R/2. Determinare espressione e valore della densità di carica indotta sulla superficie interna della camera.
c) Introduciamo ora un campo di induzione magnetica $\mathbf{B} = B_0\hat{\boldsymbol{e}}_z$ uniforme. È noto (non è richiesta qui dimostrazione) che, per il bilancio radiale delle forze, esiste uno stato di equilibrio in cui le particelle della distribuzione hanno velocità stazionaria $\mathbf{v}(r) = \mathbf{E}(r)\mathrm{x}\mathbf{B}/B^2$. Dato $B_0 = 0.1$ T, determinare la velocità tangenziale v(r) e la velocità di rotazione angolare ω(r) per r ∈ [0,R/2]. Calcolare il massimo di v e ω.
d) Determinare l'espressione vettoriale della densità di corrente volumica **J** data dalla rotazione della ρ. Con la legge di Ampère, determinare l'espressione vettoriale del campo di induzione magnetica **B'** generato da **J** e calcolarne il valore massimo. Si tratta di una correzione significativa al **B** originario?