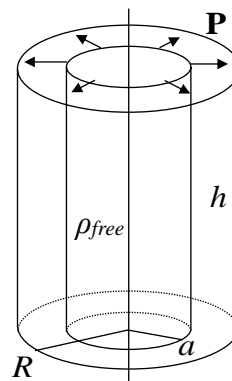


Esame scritto del Corso di Elettromagnetismo del 20 febbraio 2025

Prof. G. Colò, D. Mennella – anno accademico 2023-2024

Attenzione: indicare **nome, cognome** e **matricola** su tutte le pagine. **Numerare le pagine**. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere **commentato** e le **leggi** ed eventuali **principi di simmetria** utilizzati devono essere **chiaramente enunciati**. L'elaborato deve essere svolto **ordinatamente** e con una grafia **comprensibile**. Non seguire queste indicazioni può comportare un **giudizio negativo, al limite insufficiente**, dell'elaborato.

Esercizio 1. Si consideri una regione cilindrica in vuoto molto lunga (infinita) di raggio $a = 5$ cm; vi si trova distribuita una carica di densità $\rho_{free} = kr$ dove k è una costante e r è la distanza dall'asse del cilindro. La regione è circondata da un guscio cilindrico coassiale di raggio interno a e raggio esterno $R = 15$ cm; il materiale del guscio ha una polarizzazione permanente $\mathbf{P} = P \hat{\mathbf{e}}_r$, con $P = 2 \cdot 10^{-4}$ C/m².



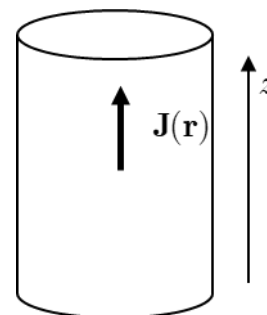
- Determinare le espressioni delle densità di carica di polarizzazione di volume e di superficie del guscio.
- Determinare espressioni e valori delle cariche totali di polarizzazione di un tratto di lunghezza $h = 5$ cm del guscio.
- Determinare l'espressione del campo elettrico \mathbf{E} in tutto lo spazio.
- Determinare le espressioni del campo elettrico sulle superfici (interne ed esterne) situate a $r = a$ e $r = R$. Discutere le eventuali discontinuità del campo elettrico nei due casi.

Esercizio 2. Un conduttore cilindrico di lunghezza indefinitamente grande e di raggio R (inizialmente generico) è percorso da una corrente diretta lungo l'asse longitudinale, e la cui densità è radialmente non uniforme e segue l'andamento

$$\mathbf{J} = J_0(1 - r^2/\alpha)\hat{\mathbf{e}}_z$$

con $\alpha = 2 \cdot 10^{-2}$ m² e J_0 una costante con le dimensioni di A/m². Il materiale conduttore ha permeabilità magnetica relativa uniforme μ_r .

- Determinare l'espressione dei campi \mathbf{H} , \mathbf{B} , \mathbf{M} in tutto lo spazio, dato un raggio generico R del conduttore.
- Trovare espressione e valore numerico del raggio del cilindro R_0 tale che il campo \mathbf{B} risulti nullo per $r \geq R_0$. Per tale valore del raggio determinare il valore totale della corrente di conduzione e commentare il risultato.
- Fissato tale raggio R_0 , determinare le densità di corrente di magnetizzazione.
- Calcolare le correnti totali di magnetizzazione. Commentare il risultato.



Esercizio 3. Si consideri un campo elettromagnetico nel vuoto con le seguenti caratteristiche: *i*) la densità di corrente è nulla in tutto lo spazio, $\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \mathbf{0}$; *ii*) il potenziale vettore è $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = A_0 \sin(kz - \omega t) \hat{\mathbf{e}}_x$; *iii*) il campo elettrico è $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{\mathbf{e}}_x$. Nelle espressioni precedenti A_0 e ω sono costanti note, E_0 e k due incognite da determinare.

- Determinare l'espressione del campo magnetico $\mathbf{B}(\mathbf{r})$.
- Determinare la densità di carica $\rho(\mathbf{r})$.
- Determinare il modulo del campo elettrico E_0 e il modulo del vettore d'onda k .
- I campi $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ e $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ così determinati sono le componenti di un'onda elettromagnetica? Motivare adeguatamente la risposta.

$$\nabla \times \mathbf{V} = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \phi} - \frac{\partial V_\phi}{\partial z} \right] \hat{\mathbf{e}}_r + \left[\frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r} \right] \hat{\mathbf{e}}_\phi + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(rV_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial \phi} \right] \hat{\mathbf{e}}_z$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$$