

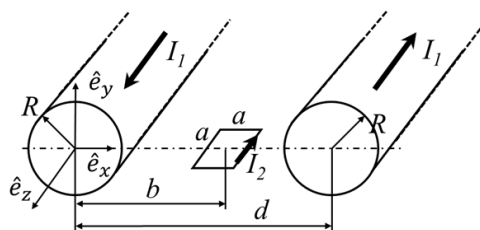
Prova scritta del corso di Elettromagnetismo

(Prof. A. Mennella, Prof. G. Colò)

A.A. 2023-2024, 14/11/2025

Attenzione: indicare nome, cognome e matricola su tutte le pagine. Numerare le pagine. Lo svolgimento dell'elaborato deve essere commentato, le leggi ed eventuali principi di simmetria utilizzati devono essere chiaramente enunciati. Il compito deve essere svolto ordinatamente e con una grafia chiaramente leggibile. Non seguire queste indicazioni può comportare un giudizio negativo, al limite insufficiente, dell'elaborato.

Esercizio 1. Due cavi rettilinei e indefinitamente lunghi sono posti paralleli a distanza $d = 20$ cm nel vuoto. I cavi hanno un raggio finito $R = 1$ cm e sono costituiti da un materiale conduttore ferromagnetico lineare, con $\mu_r = 500$. Nei due fili scorrono correnti discordi $I_1 = 1$ A (idealmente i due fili si chiudono su di un circuito all'infinito), uniformemente distribuite sulla sezione.



- Determinare i campi \mathbf{H} e \mathbf{B} (modulo, direzione e verso) per tutti i punti lungo il segmento d che congiunge gli assi dei due cavi.
- Calcolare il valore del modulo di \mathbf{B} in $x = 0, R^-, R^+, d/2$. Tracciare un grafico qualitativo di $B(x)$ per $x \in [0, d]$. Notare la discontinuità in $x = R$ e motivarla verbalmente (non sono richiesti calcoli).

Si ponga ora nel piano definito dagli assi dei cavi una spira quadrata di lato $a = 5$ mm e con centro a distanza $b = 15$ cm dall'asse del cavo a sinistra. Nella spira vi è una corrente $I_2 = 10$ mA (orientata come in figura).

- Determinare il coefficiente di mutua induzione tra la spira e il sistema costituito dai due cavi. Ripetere il calcolo con l'ipotesi semplificatoria $a \ll b, d$ e confrontare i due risultati.
- Calcolare il momento di dipolo magnetico della spira e la sua energia di interazione magnetica con il campo prodotto dai due cavi (inclusi i valori numerici).

Esercizio 2. Considerare i campi: $\mathbf{E}(x, y, z, t) = E_0 \cos(kx) \cos(ky) \cos(\omega t) \hat{\mathbf{e}}_z$;

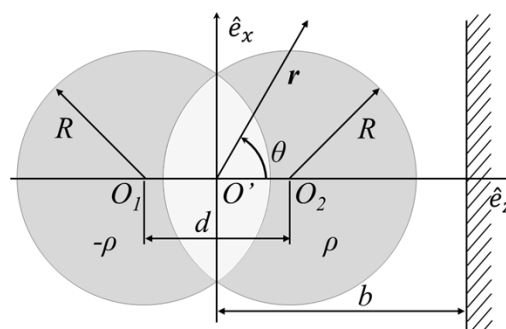
$$\mathbf{B}(x, y, z, t) = B_0 [\cos(kx) \sin(ky) \hat{\mathbf{e}}_x - \sin(kx) \cos(ky) \hat{\mathbf{e}}_y] \sin(\omega t).$$

- Determinare le relazioni tra E_0 e B_0 e tra ω e k affinché i campi soddisfino le equazioni di Maxwell in assenza di sorgenti nel dominio.
- Supponiamo di avere una cavità di sezione quadrata, infinitamente estesa lungo z , e delimitata da pareti di conduttore ideale in $x = \pm a, y = \pm a$. Discutere le condizioni al contorno per \mathbf{E} e \mathbf{B} e conseguentemente determinare il valore minimo di a per cui il campo elettromagnetico può esistere all'interno della cavità.
- Determinare l'energia del campo elettromagnetico mediata su un periodo di oscillazione per un tratto di cavità di lunghezza L . Calcolarne il valore numerico dati $E_0 = 10$ V/m, $a = 5$ cm, $L = 1$ m.

Esercizio 3. Una distribuzione di carica volumica uniforme $\rho = 5 \mu\text{C}/\text{m}^3$ occupa un volume cilindrico di raggio $R = 2$ mm ed estensione assiale $L \gg R$ in vuoto.

- Determinare l'espressione vettoriale del campo elettrostatico in tutto lo spazio.

Ora considerare due distribuzioni siffatte ma con densità $-\rho$ e ρ , con assi a distanza $d = 3$ mm, come in figura.



- Determinare l'espressione vettoriale del campo elettrostatico nella zona di sovrapposizione delle due distribuzioni.
- Supponendo di porsi a una distanza $r \gg R$, calcolare espressione vettoriale e valore del momento di dipolo elettrico \mathbf{p}_{IL} del sistema per unità di lunghezza.
- Detto \mathbf{r} il vettore posizione nel piano (r, θ) [ossia (x, z)] centrato in O' posizione del dipolo, il potenziale a grande distanza è $V_0(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p}_{IL} \cdot \mathbf{r}}{r^2}$. Determinare il campo elettrostatico del dipolo.
- Considerare una parete conduttiva ideale a potenziale nullo, a distanza $b = 10$ mm dal dipolo \mathbf{p}_{IL} . Quale forza per unità di lunghezza è esercitata dal dipolo sulla parete? Indicarne direzione, verso e modulo.